

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Автоматизация производственных процессов»

Диагностика и надежность автоматизированных систем
Конспект лекций

Ростов-на-Дону
2022

УДК 62-192

Составитель: Быкадор В.С.

Конспект лекций. – Ростов-на-Дону : Донской гос. техн. ун-т,
2022. –84с.

Конспект лекций по дисциплине «Диагностика и надежность автоматизированных систем» предназначены для студентов очной и заочной форм обучения по направлению подготовки 15.03.04 «Автоматизация технологических процессов и производств» профиль «Автоматизация технологических процессов и производств в машиностроении».

УДК 62-192

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Донского государственного технического университета

В печать __.__.20__ г.
Формат 60x84/16. Объем ____ усл. п. л.
Тираж __ экз. Заказ № ____.

Издательский центр ДГТУ
Адрес университета и полиграфического предприятия:
344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1

© Донской государственный
технический университет, 2022

ЛЕКЦИЯ №1
ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕХНИЧЕСКОЙ
ДИАГНОСТИКИ.
МЕТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РАСПОЗНОВАНИЯ.

Базовые определения диагностики

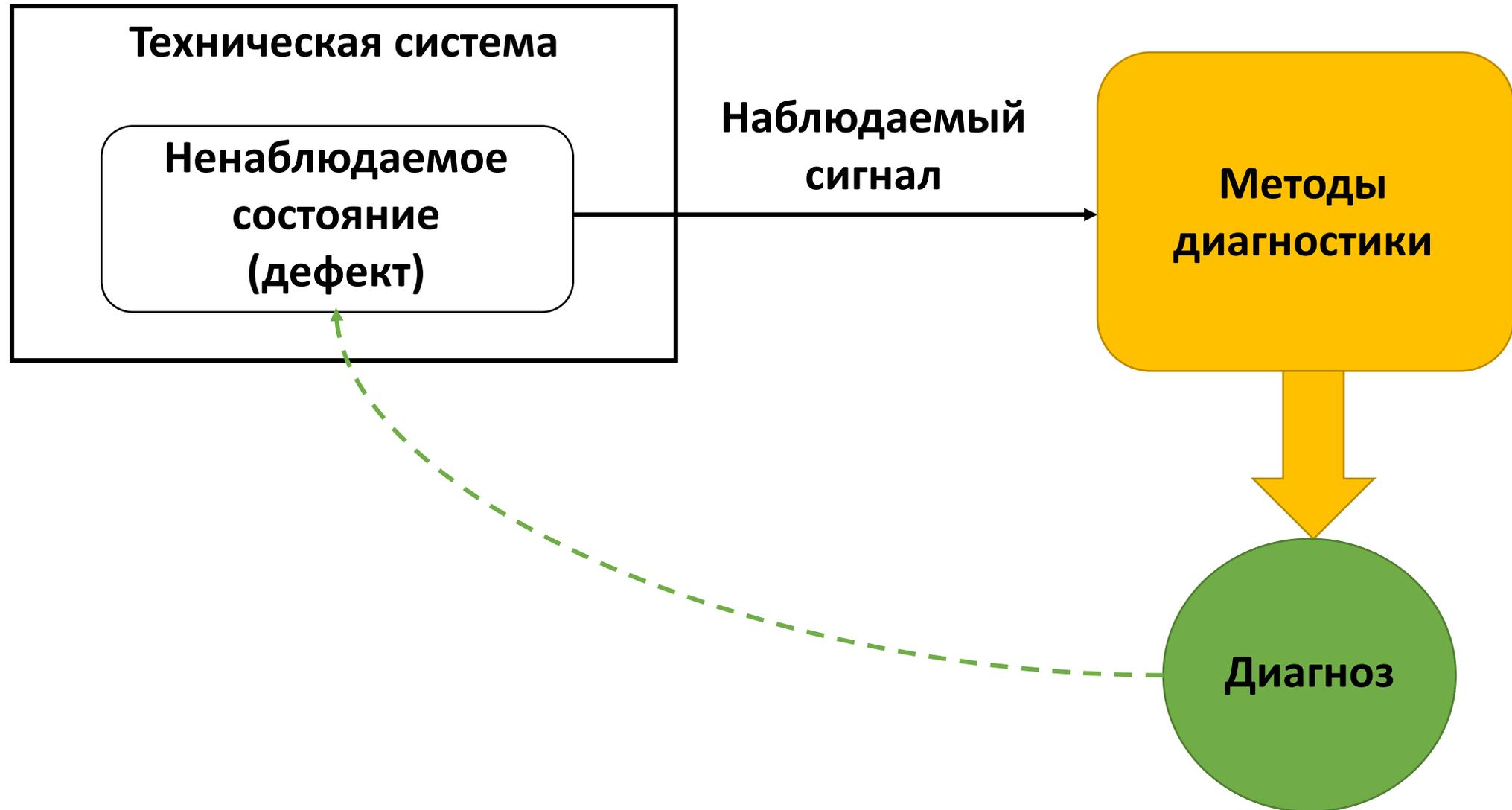
Технической диагностикой называется наука о распознавании состояния технических систем.

Техническая диагностика изучает методы получения и оценки диагностической информации, диагностические модели и алгоритмы принятия решений.

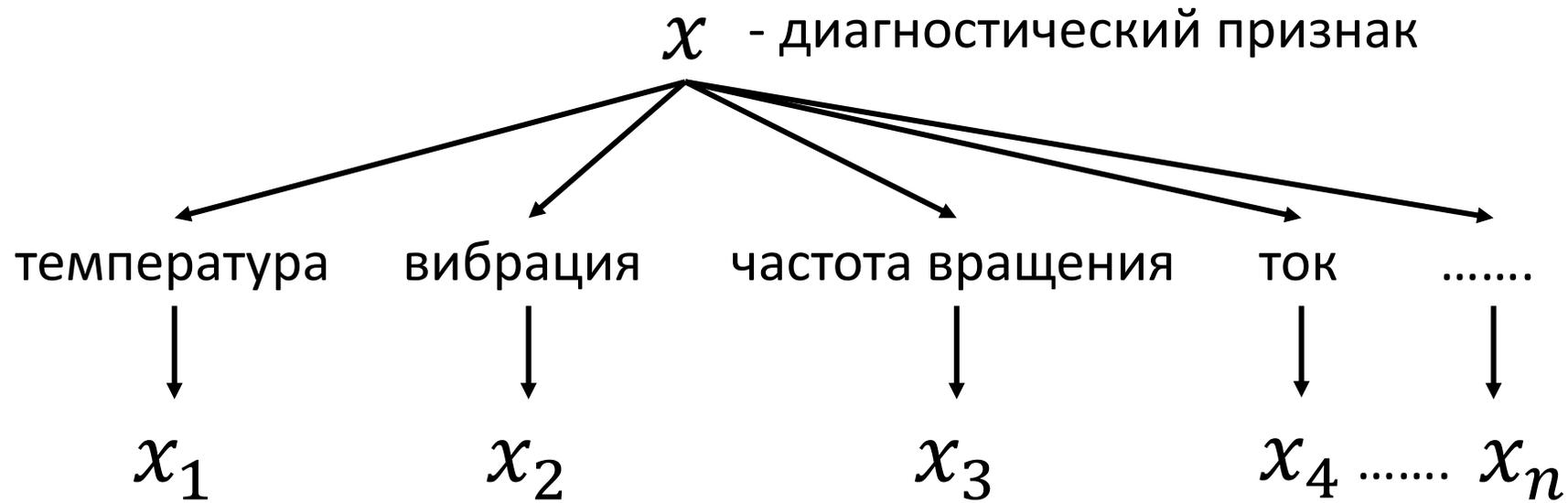
Целью технической диагностики является повышение надежности и ресурса технических систем.

Основной задачей технической диагностики является распознавание состояний технической системы в условиях ограниченной информации.

Укрупненная схема процедуры диагностирования



Математическое описание задачи диагностирования



$X = \{x_1, x_2, x_3, x_4 \dots, x_n\}$ - комплекс диагностических признаков

Фактическая реализация комплекса диагностических признаков

Фактическая реализация комплекса диагностических признаков представляет собой конкретное значение совокупности диагностических признаков в текущий момент времени.

Обозначение: $X^* = \{x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*\}$

Пусть, в качестве диагностических признаков выбраны два наблюдаемых сигнала: температура t^0 и ток i .

Введем обозначения: $x_1 = t^0, x_2 = i$, тогда комплекс диагностических

признаков будет иметь вид $X = \{x_1, x_2\}$

Фактическая реализация комплекса диагностических признаков будет обозначаться как

$$X^* = \{x_1^*, x_2^*\}.$$

T , ед. времени	x_1^* , С	x_2^* , А
0	100	1
1	120	2
2	90	1,3
3	85	3
4	150	2,2

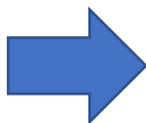
Диагноз или состояние диагностируемого объекта обозначается D .

Совокупность всех возможных диагнозов (состояний) объекта обозначается как

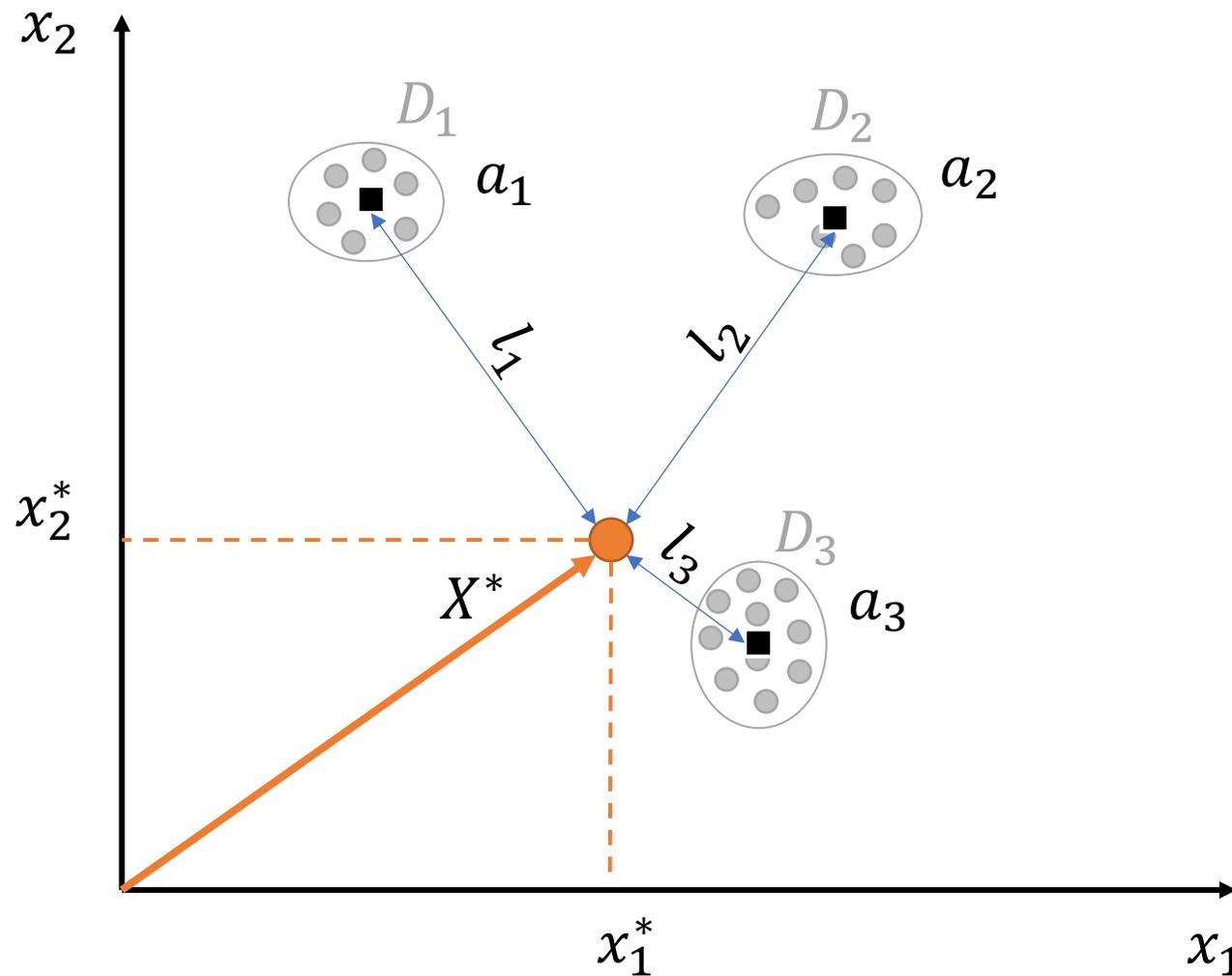
$$D = \{D_1, D_2, \dots, D_m\}$$

Метрические методы диагностирования

$$X = \{x_1, x_2\}$$



Пространство
диагностических
признаков



Вычисление расстояния l_i между точками

Условия нормирования
весовых коэффициентов

$$\sum \lambda_{ij} = 1$$

$$\prod \lambda_{ij} = 1$$

$$\mu = \nu = 2$$

$$l_{(\nu)}^{\mu}(X^*, a_i) = \left(\sum_{j=1}^N \lambda_{ij}^{\nu} |x_j^* - a_{ij}|^{\nu} \right)^{\frac{\mu}{\nu}}$$

где X^* – вектор состояния объекта;

a_i – точка, характеризующая диагноз D_i в метрическом пространстве;

N – количество диагностических признаков (размерность метрического пространства);

λ_{ij} – весовой коэффициент, учитывающий степень (важность) j -го диагностического признака для i -го диагноза;

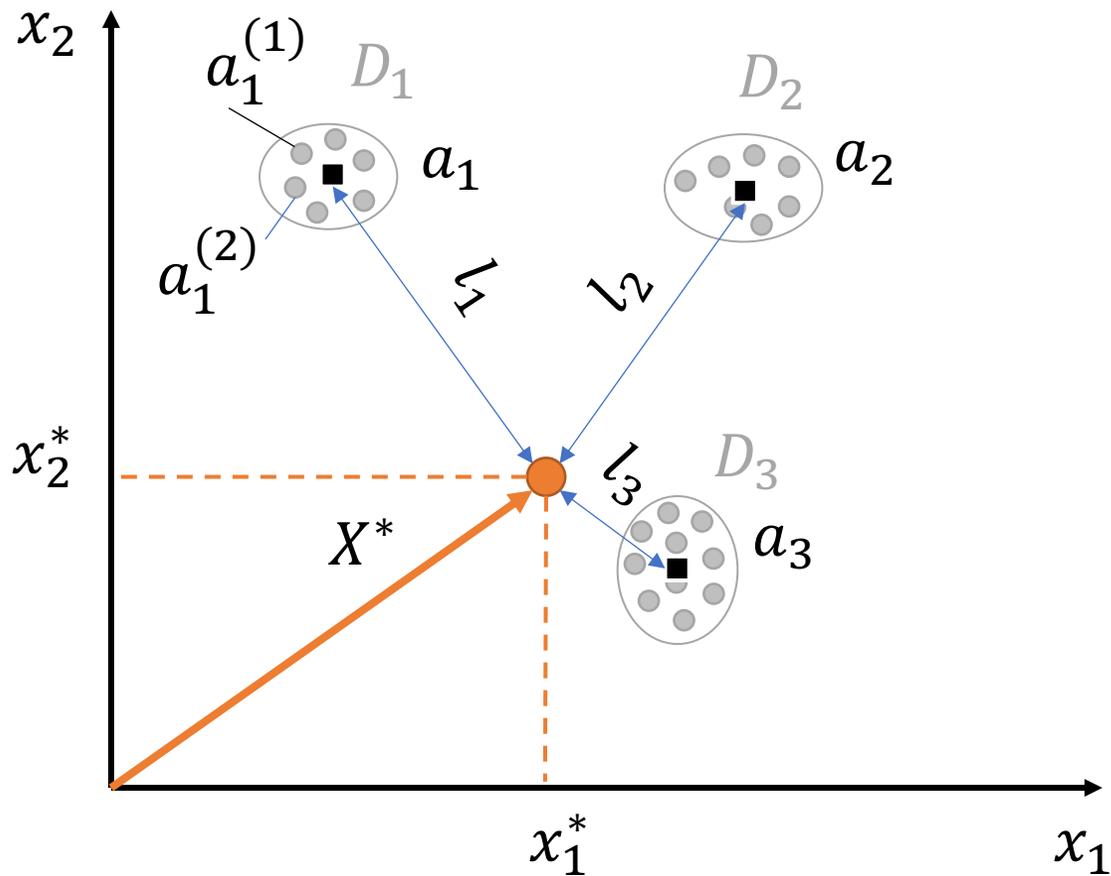
x_j^* – фактическая реализация j -го диагностического признака (координата вектора X^*);

a_{ij} – координата вектора a_i ;

μ – диагностическая мера расстояния;

ν – порядок расстояния.

Диагностика по расстоянию до эталона



$$1) a_i = \frac{1}{M_i} \cdot \sum_{s=1}^{M_i} a_i^{(s)}$$

где $a_i^{(s)}$ - объект с верифицированным диагнозом D_i .

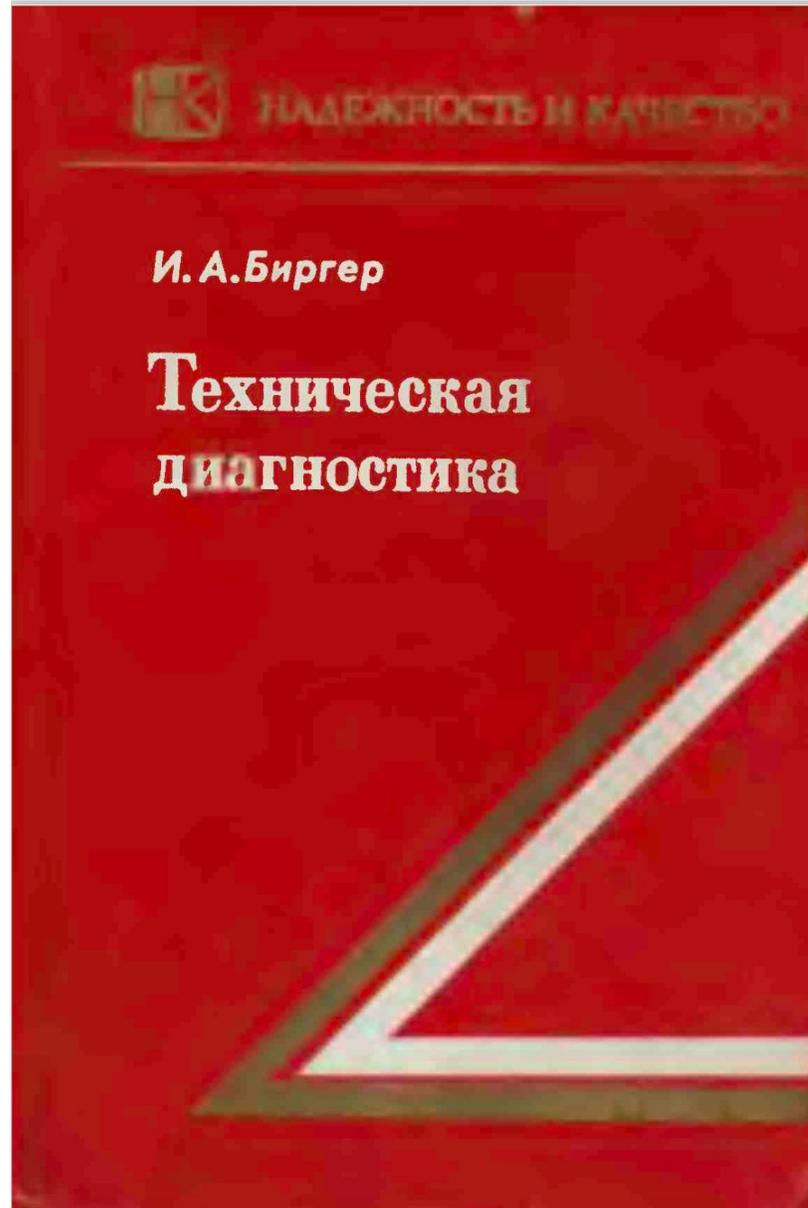
2) Вычислить расстояние $l_i = l_{(v)}^{\mu}(X^*, a_i)$ от объекта X^* до каждого эталона a_i (см. формулу выше)

3) Применить решающее правило для установления диагноза:

$$l_i = \min(L) \Rightarrow X^* \in D_i$$

$$L = \{l_1(X^*, a_1), l_2(X^*, a_2), \dots, l_n(X^*, a_n)\}$$

Дополнительная литература



ЛЕКЦИЯ №2

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ВИБРОАКУСТИЧЕСКОЙ ДИАГНОСТИКИ.

ОСНОВЫ ВИБРОАКУСТИЧЕСКОЙ ДИАГНОСТИКИ

Механические системы (с позиции диагностики) — это объекты, состоящие из большого количества взаимодействующих элементов. Взаимодействие элементов, их относительные перемещения порождают вибрации, которые могут существенно усиливаться и/или изменяться при наличии дефектов. Таким образом вибрация и звук являются наблюдаемыми диагностическими признаками несущими информацию о не наблюдаемых состояниях объекта или процесса.

ОСНОВЫ ВИБРОАКУСТИЧЕСКОЙ ДИАГНОСТИКИ

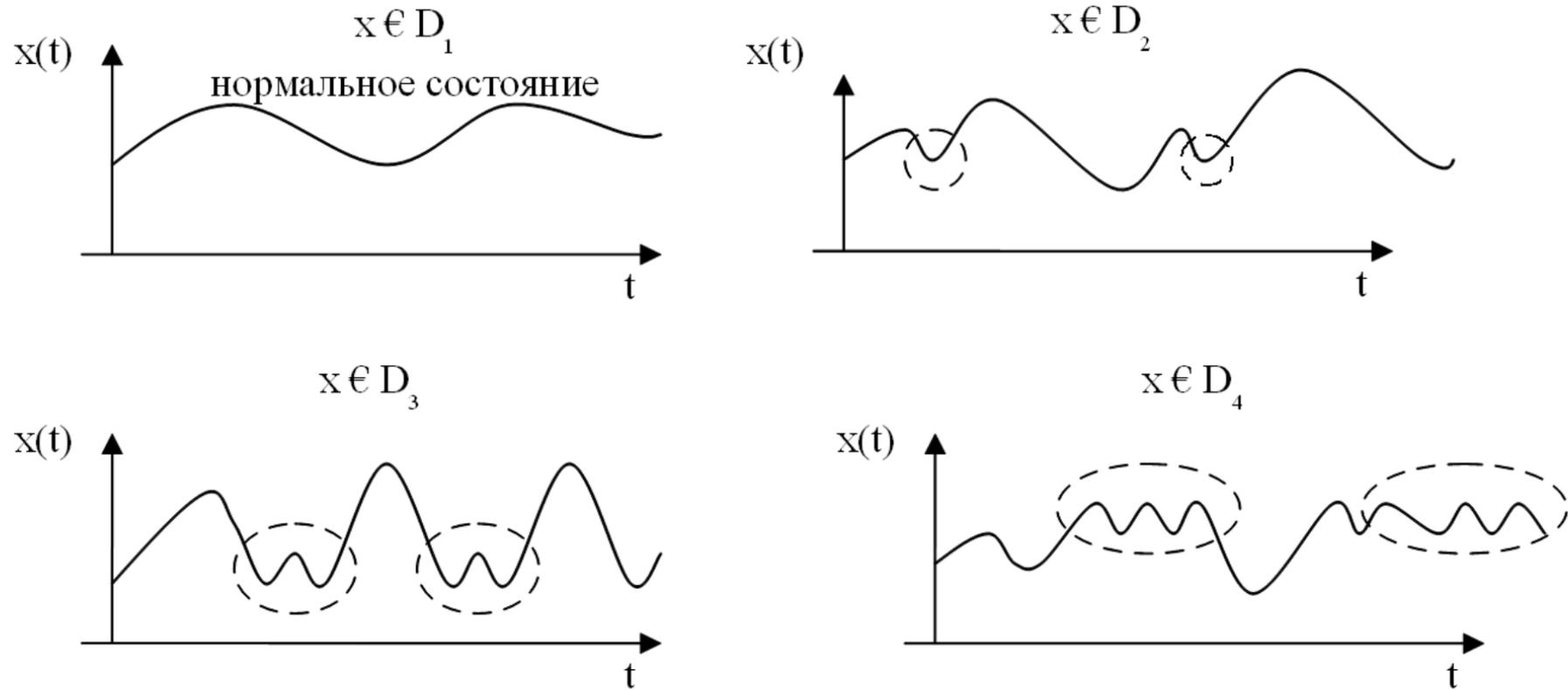


Рис. 1. Утрированное отображение состояний системы, наблюдаемых при проявлении различных диагнозов

Задача распознавания будет формулироваться следующим образом:

Пусть имеется некоторое множество состояний (диагнозов) системы $D = \{D_1, D_2, \dots, D_n\}$ и предполагается, что каждому определённому состоянию D_i соответствует определённый класс кривых $x_i(t)$. Тогда, если предъявляется кривая $x_j(t)$ за период T , то можно установить соответствующий диагноз D_j .

Назначением виброакустической диагностики является оценка степени отклонения технического состояния механической системы или процесса от нормы по косвенным признакам, а именно, по изменению свойств виброакустических сигналов в исследуемой системе, зависящих от характера взаимодействия её элементов.

Пример отображения дефекта в виброакустическом сигнале

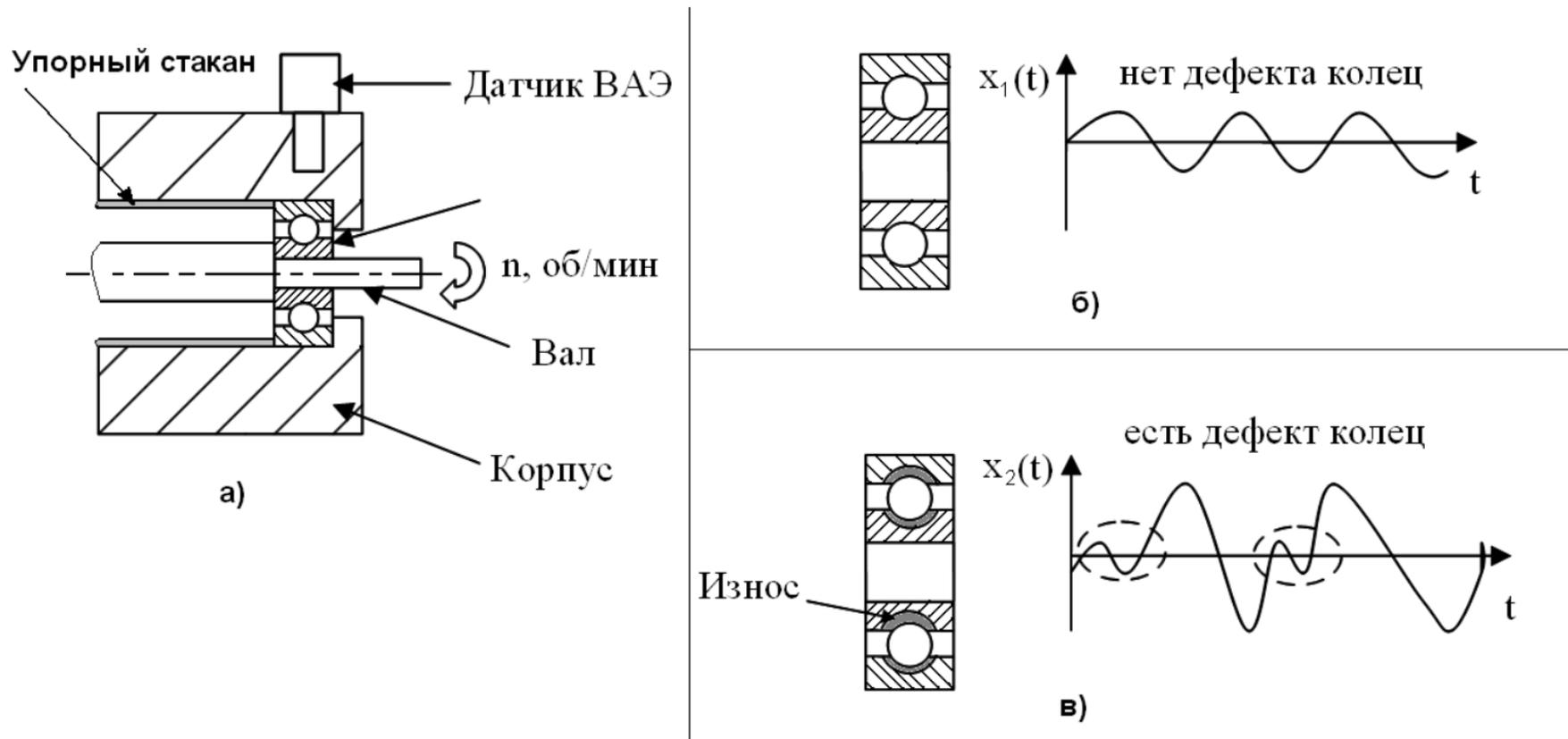


Рис. 2. Пример поясняющий применение виброакустического сигнала для установления состояния объекта

Формирование сложного виброакустического сигнала

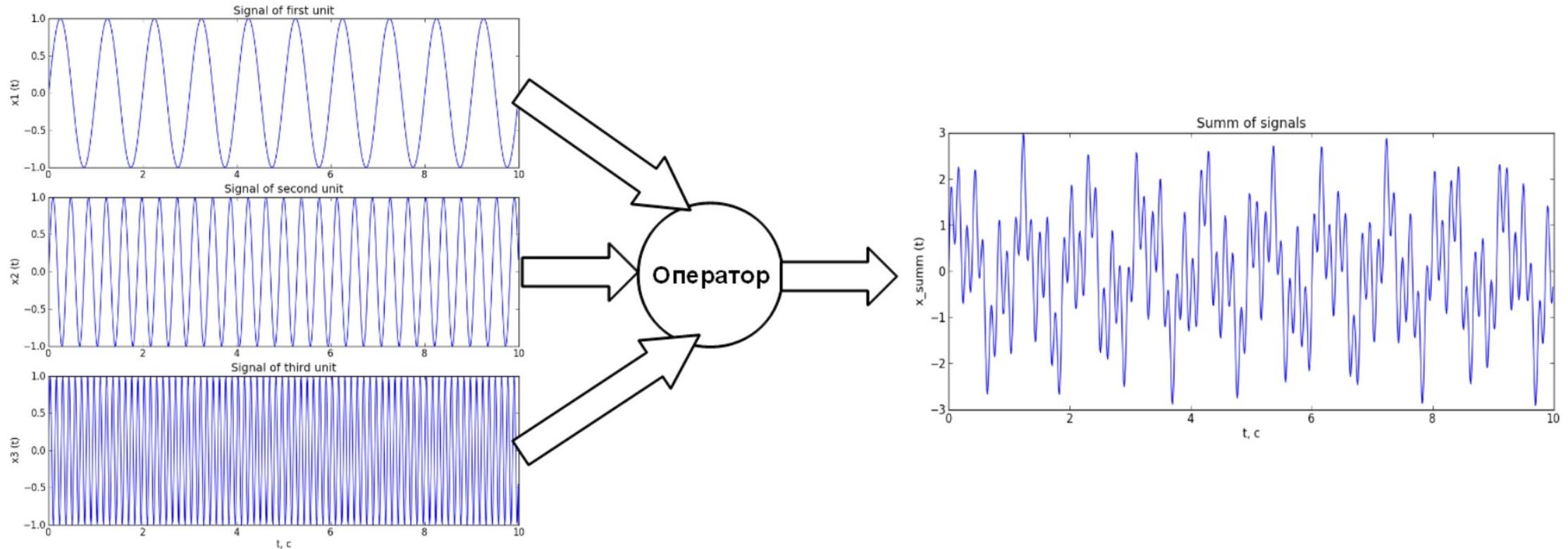


Рис. 3. Совокупность сигналов от различных источников воспринимаемых датчиком как единый сигнал

Отображение сложных периодических функций рядом Фурье

Если функция $f(t)$, определена на отрезке $[-\frac{T}{2}; \frac{T}{2}]$, имеет период T и удовлетворяет теореме Дирихле (см. ниже), то такая периодическая функция может быть представлена рядом:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\varpi t) + b_n \sin(n\varpi t))$$

где $\varpi = \frac{2\pi}{T}$ — основная частота или частота первой гармоники.

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cos(n\varpi t) dt, (n = 0, 1, 2, \dots)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \sin(n\varpi t) dt, (n = 1, 2, \dots)$$

коэффициенты Фурье

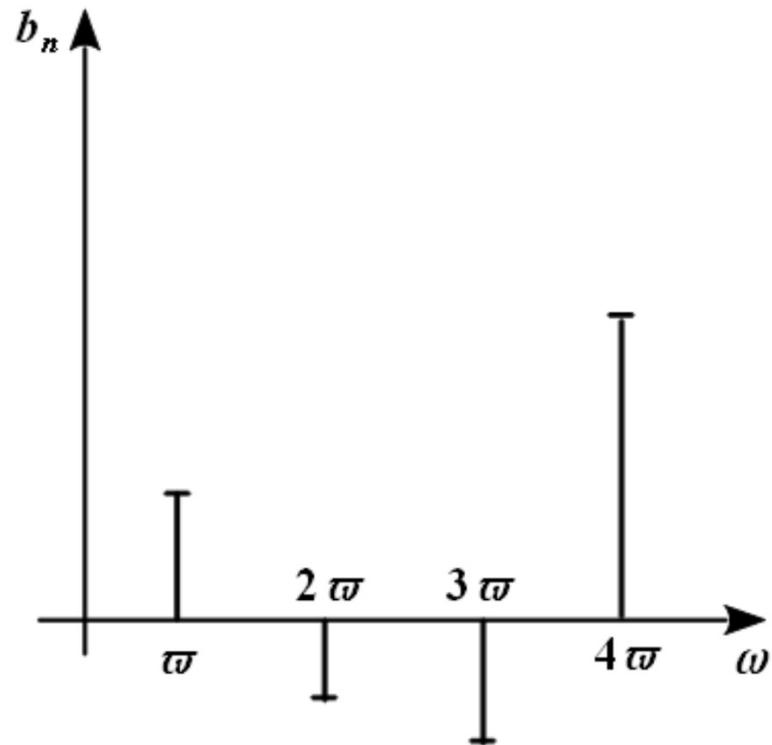
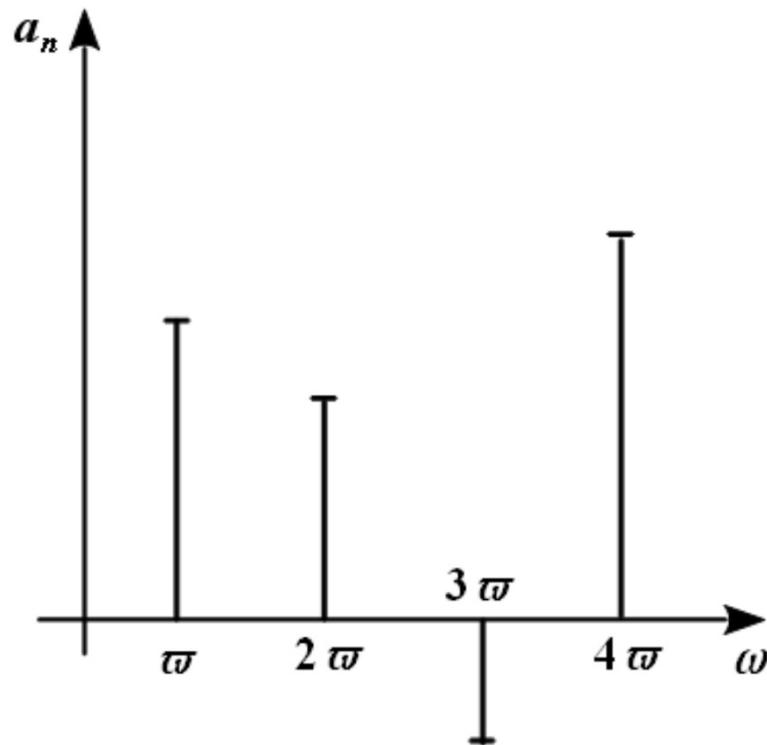
Другая форма представления ряда Фурье

$$f(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \sin(n\omega t - \phi_n)$$

где $A_0 = \frac{a_0}{2}$, $A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$, $\phi_n = \operatorname{arctg} \left(\frac{b_n}{a_n} \right)$.

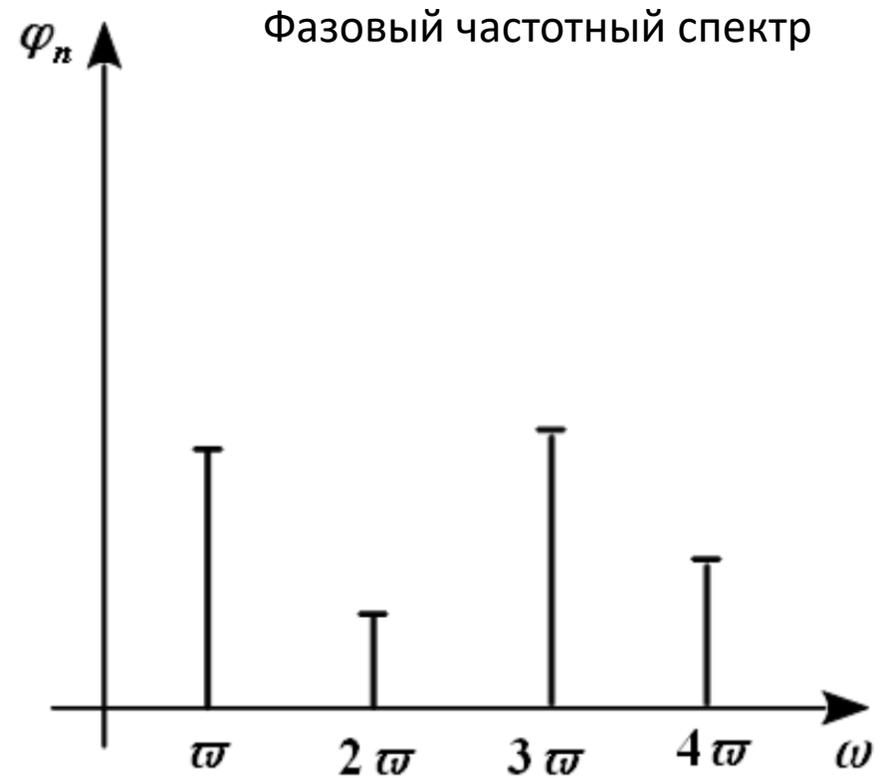
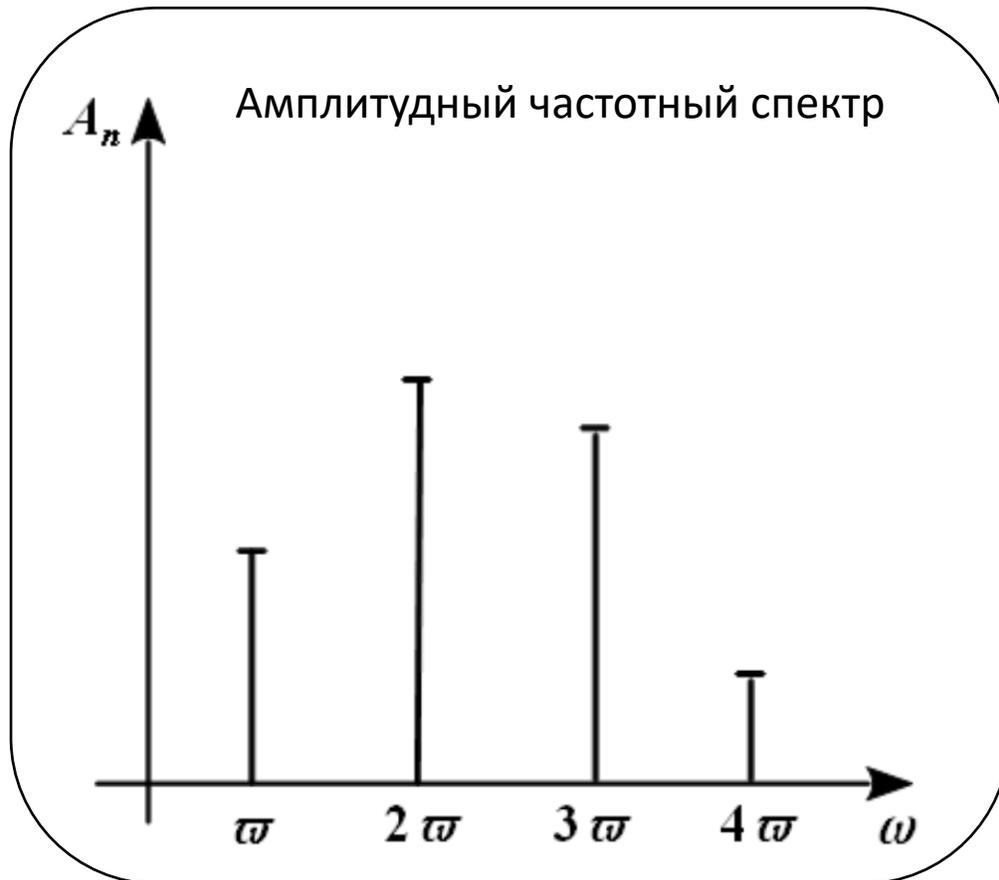
Частотные спектры сигнала

$$a_n = a_n(n\varpi) \text{ и } b_n = b_n(n\varpi)$$



Частотные спектры сигнала

$$A_n = A_n(n\varpi) \quad \text{и} \quad \phi_n = \phi_n(n\varpi)$$



Представление об анализе виброакустического сигнала в частотной области

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt \quad \text{Прямое преобразование Фурье}$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega)e^{j\omega t} d\omega \quad \text{Обратное преобразование Фурье}$$

где ω – непрерывная частота принимающая значения $\omega \in (-\infty; +\infty)$.

Представление об анализе виброакустического сигнала в частотной области

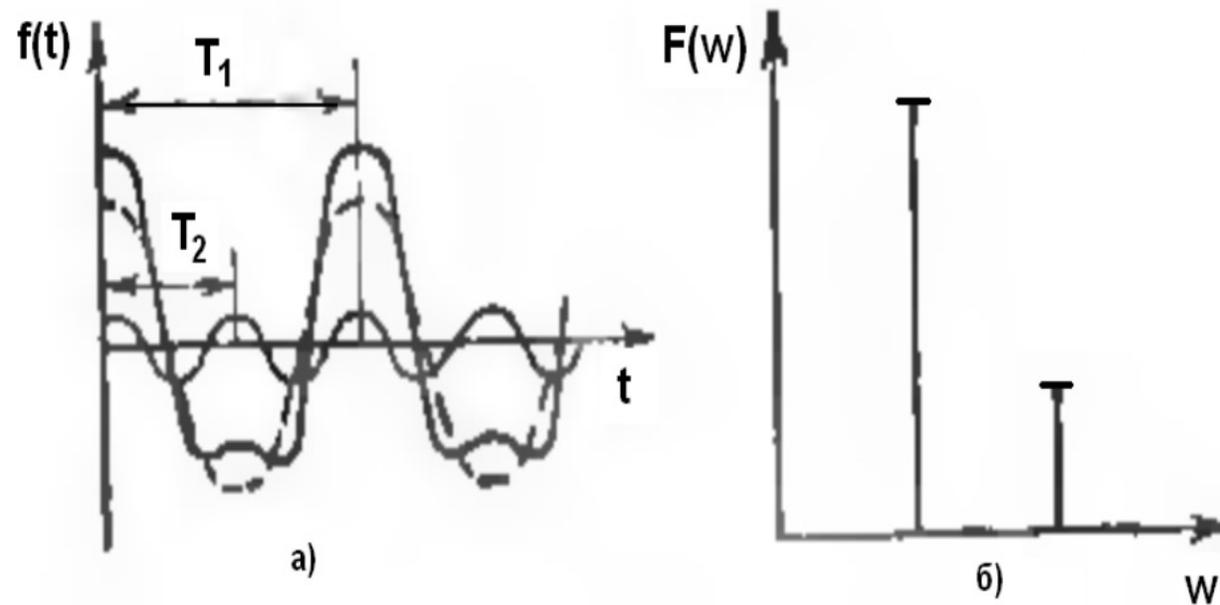


Рис. 7. Двойственное представление периодических сигналов: а) – во временной области; б) – частотной области [2]

Алгоритм построения спектра виброакустического сигнала

1. если в дискретизированном сигнале содержится постоянная составляющая, то она может замаскировать слабые компоненты спектра. В этом случае необходимо вычислить среднее значение исходного сигнала (сигнала во временной области) и вычесть его из исходного сигнала. Или приравнять нулю составляющую спектра на нулевой частоте.

2. Выполнить расчет частот составляющих по выражению

$$f_m = \frac{m \cdot f_s}{N}$$

где $m = 0, 1, \dots, N - 1$;

N – количество отчетов;

$f_s = \frac{1}{\Delta t}$ – дискрета по частоте;

Δt – дискрета по времени.

3. Вычислить значение амплитуды каждой составляющей спектра

$$A(m) = \left| \frac{2 \cdot X(m)}{N} \right|$$

где $X(m)$ – дискретный спектр, полученный операцией БПФ.

4. Удалить симметрию спектра, только $0 \leq m \leq \frac{N}{2}$ – требуемые отчеты;

Дополнительная литература

М.Д.ГЕНКИН, А.Г.СОКОЛОВА

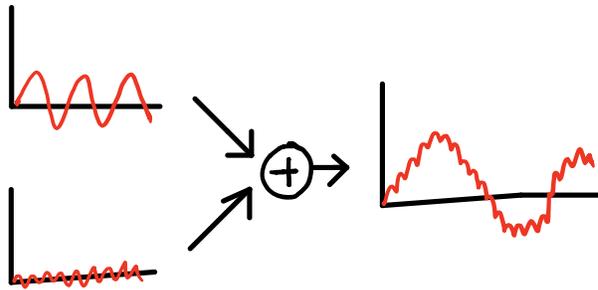
**ВИБРОАКУСТИЧЕСКАЯ
ДИАГНОСТИКА
машин и механизмов**

ЛЕКЦИЯ № 3

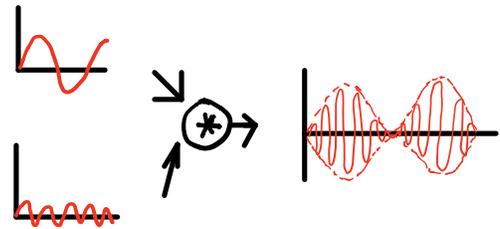
ОСНОВНЫЕ МЕТОДЫ ФИЛЬТРАЦИИ СИГНАЛОВ В ЧАСТОТНОЙ ОБЛАСТИ

ОСНОВНЫЕ ТИПЫ ПОМЕХ

Аддитивные



Мультипликативные



ФИЛЬТРАЦИЯ АДДИТИВНЫХ ПОМЕХ

ЧАСТОТНЫЕ ФИЛЬТРЫ

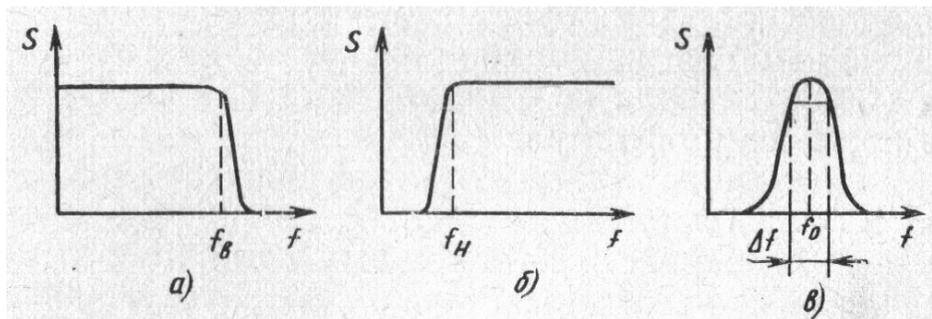
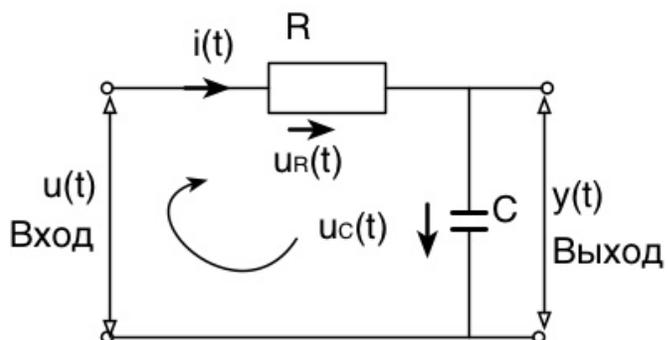


Рис. 26. Характеристики фильтров [2]: а) ФНЧ; б) ФВЧ; в) ПФ; f_B – верхняя граничная частота; f_H – нижняя граничная частота; f_0 и Δf – средняя частота и ширина полосового фильтра

ПРИМЕР АППАРАТНОЙ РЕАЛИЗАЦИИ ПАССИВНОГО ЧАСТОТНОГО ФИЛЬТРА



$$u(t) = u_R(t) + u_C(t) \quad - \text{согласно II-му} \\ \text{3-му Кирхгофа.}$$

$$u_R(t) = R \cdot i(t) \quad u_C(t) = y(t) - \text{выходной сигнал.}$$

$u(t)$ - входной сигнал

$$R \cdot i(t) + u_C(t) = u(t)$$

$$u_C(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt \Rightarrow C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} = i(t)$$

$$R \cdot C \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = u(t) \quad - \text{ММ каскадного} \\ \text{ФНЧ.}$$

преобразование Лапласа

$$R \cdot C \cdot s \cdot U_C(s) + U_C(s) = U(s)$$

$$(R \cdot C \cdot s + 1) U_C(s) = U(s)$$

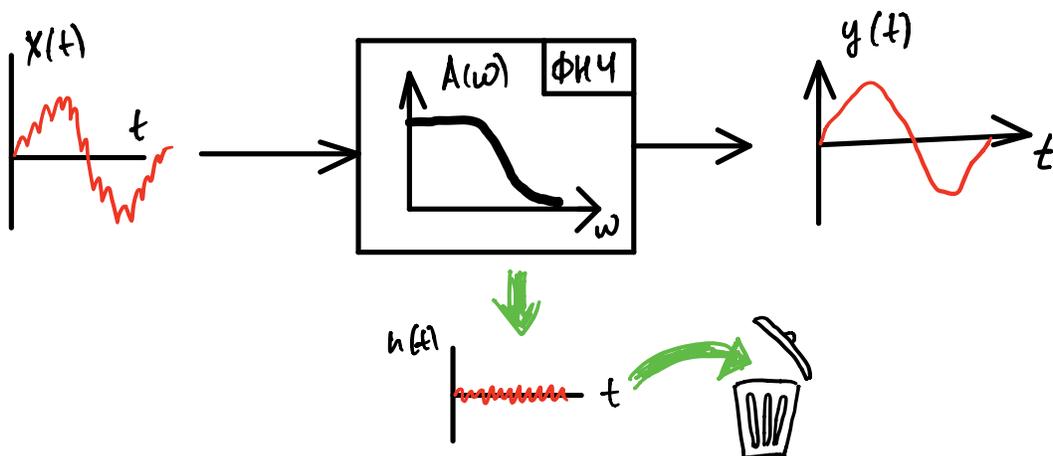
$$W(s) = \frac{U_C(s)}{U(s)} = \frac{1}{R \cdot C \cdot s + 1}$$

$$s = j\omega \Rightarrow W(j\omega) = \frac{1}{RC \cdot j\omega + 1} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

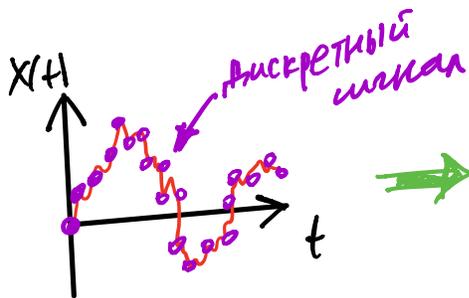
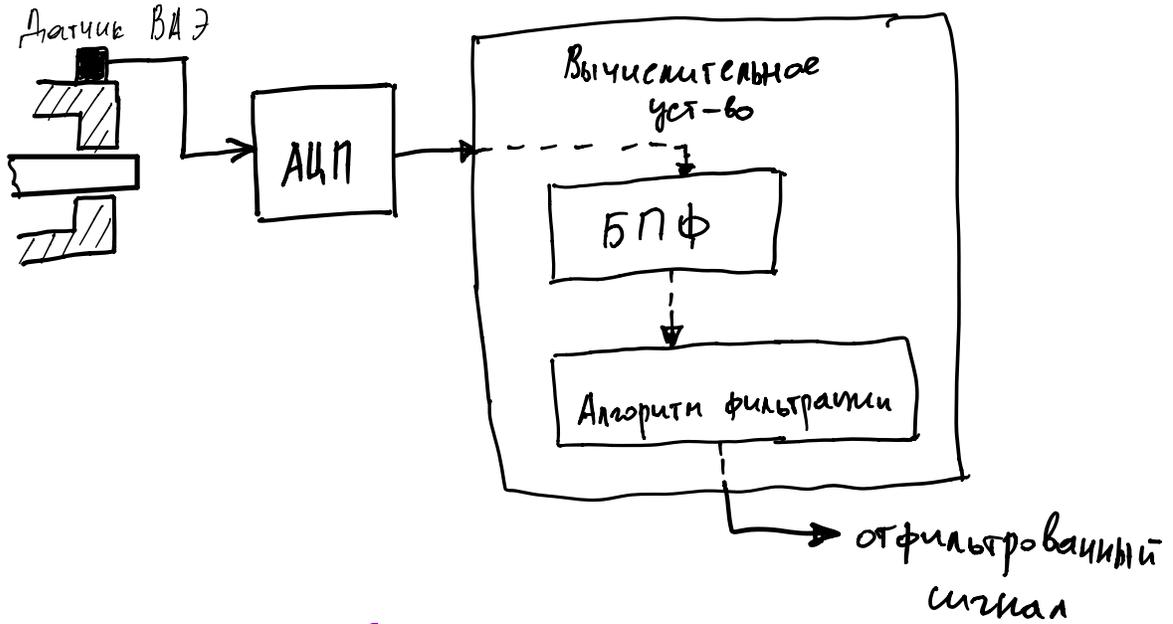
$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + R^2 C^2 \omega^2}} - \text{АЧХ}$$

$$\omega \ll 1 \Rightarrow A(\omega) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{1}} = 1$$

$$\omega \gg 1 \Rightarrow A(\omega) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{1 + \infty}} \rightarrow 0$$

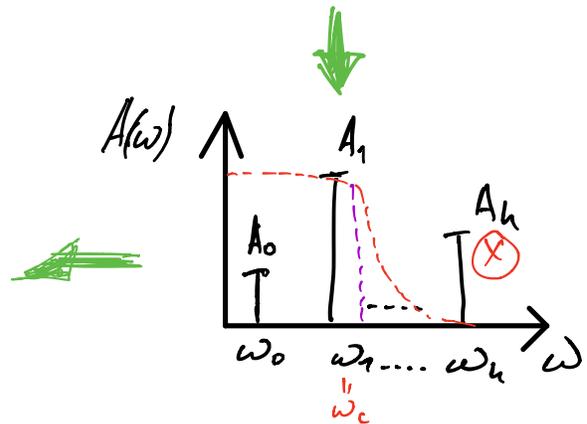


ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ЧАСТОТНЫХ ФИЛЬТРОВ

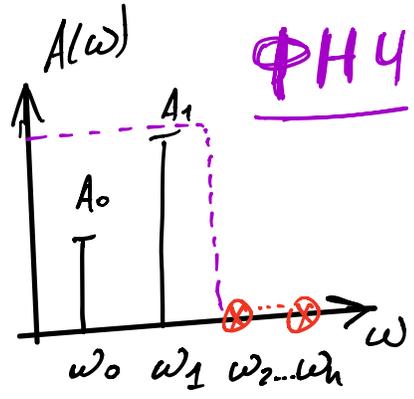
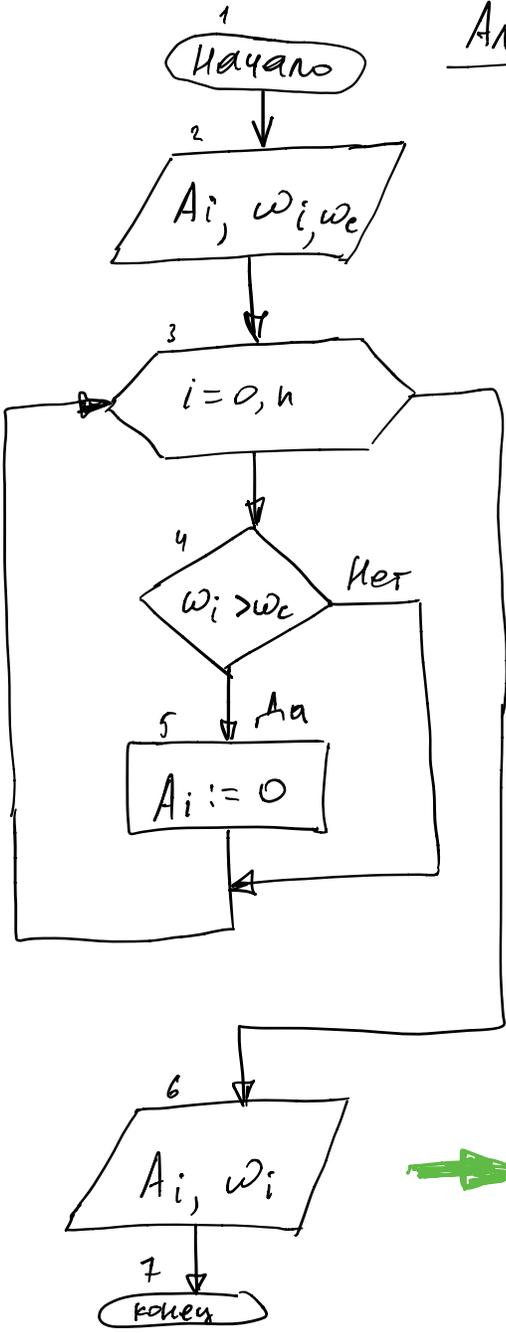


A_i	ω_i
A_0	ω_0
A_1	ω_1
A_2	ω_2
\vdots	\vdots
A_n	ω_n

Алгоритм частотной фильтрации



Алгоритм программной реализации ФНЧ



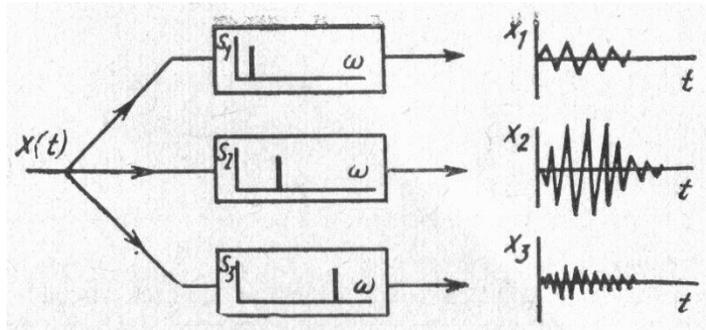
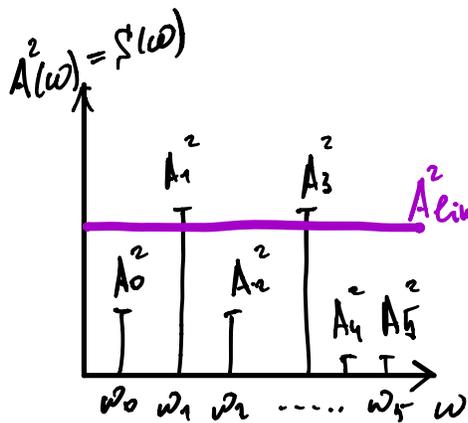


Рис. 27. Разделение компонент временного процесса с помощью спектрального анализа с набором полосовых фильтров [2]

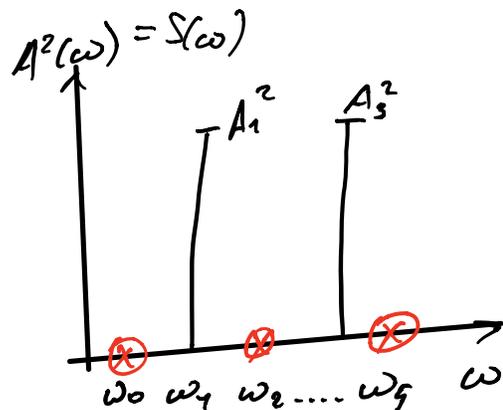
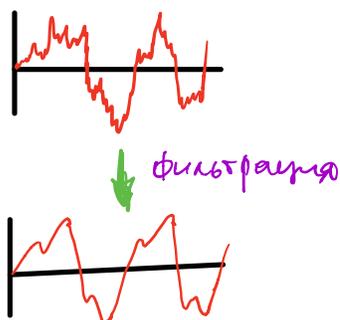
ФИЛЬТРАЦИЯ ПО МОЩНОСТИ СОСТАВЛЯЮЩИХ СПЕКТРА



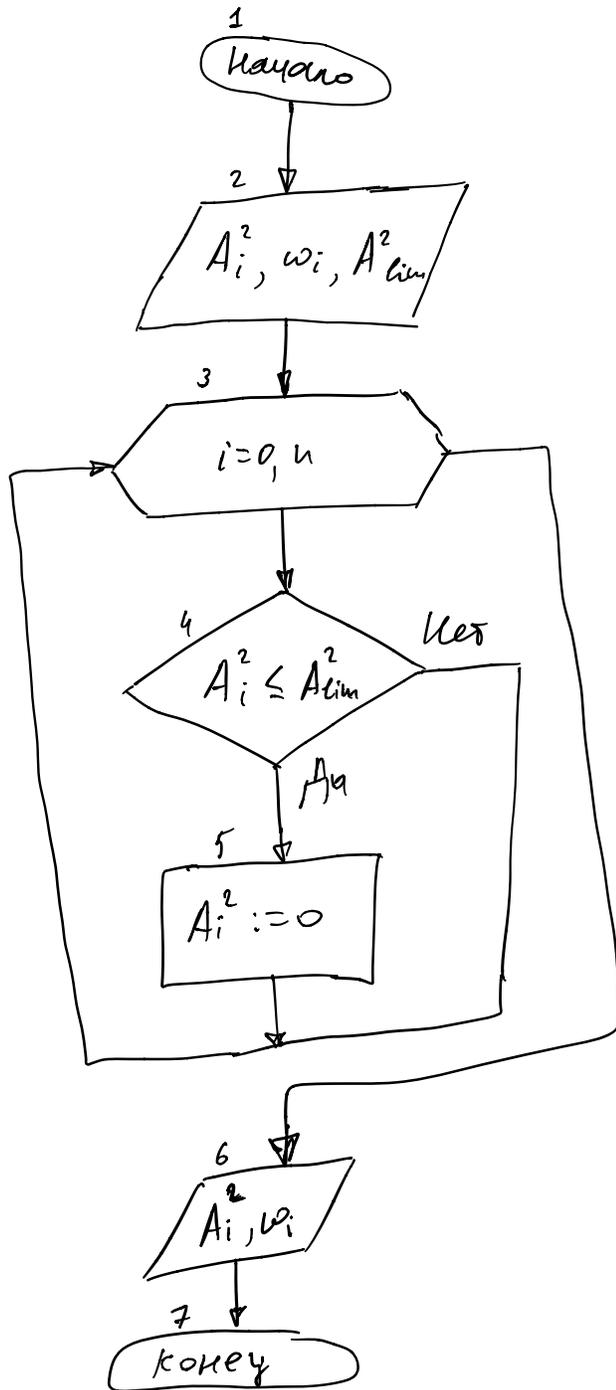
A_{lim}^2 - уровень мощности составляющих сигнала

Условие фильтрации

$$A_i^2 = \begin{cases} A_i^2, & A_i^2 \geq A_{lim}^2 \\ 0, & A_i^2 < A_{lim}^2 \end{cases}$$



Алгоритм фильтрации по
мощности составляющих
частотного спектра



Алгоритм преобразования Гильберта в частотной области

1. из дискретного сигнала во временной области $x(n)$, получить дискретный спектр $X_r(m)$, выполнив операцию БПФ;
2. создать новый спектр $X_c(m) = 2 \cdot X_r(m)$;
3. удаляем симметричную составляющую спектра $X_c(m)$, $0 \leq m \leq \frac{N}{2}$;
4. делим отчеты спектра $\frac{X_c(0)}{2}$ и $\frac{X_c(N/2)}{2}$;
5. выполнив обратное преобразование Фурье над полученным дискретным спектром, получим аналитическую дискретную последовательность $x_c(n)$ во временной области.
6. Восстановленный сигнал будет определяться как

$$x_{\text{вост.}}(n) = |x_c(n)|$$

ЛЕКЦИЯ № 4

**«Распространение колебаний в механических системах.
Диагностическая модель»**

Распространение колебаний в механических системах

Линейная стационарная система:

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + h \frac{dx(t)}{dt} + cx(t) = g(t, r)$$

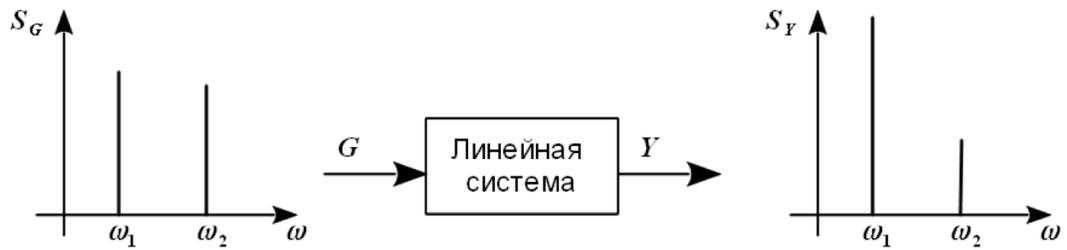


Рис. 13. Прохождение суммы двух гармонических сигналов через линейную систему [2]

Линейная нестационарная (параметрическая) система

$$m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + h(t) \cdot \frac{dx}{dt} + c(t) \cdot x = g(t, r)$$

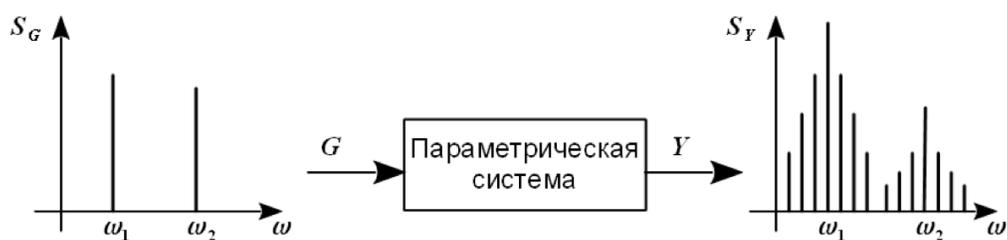
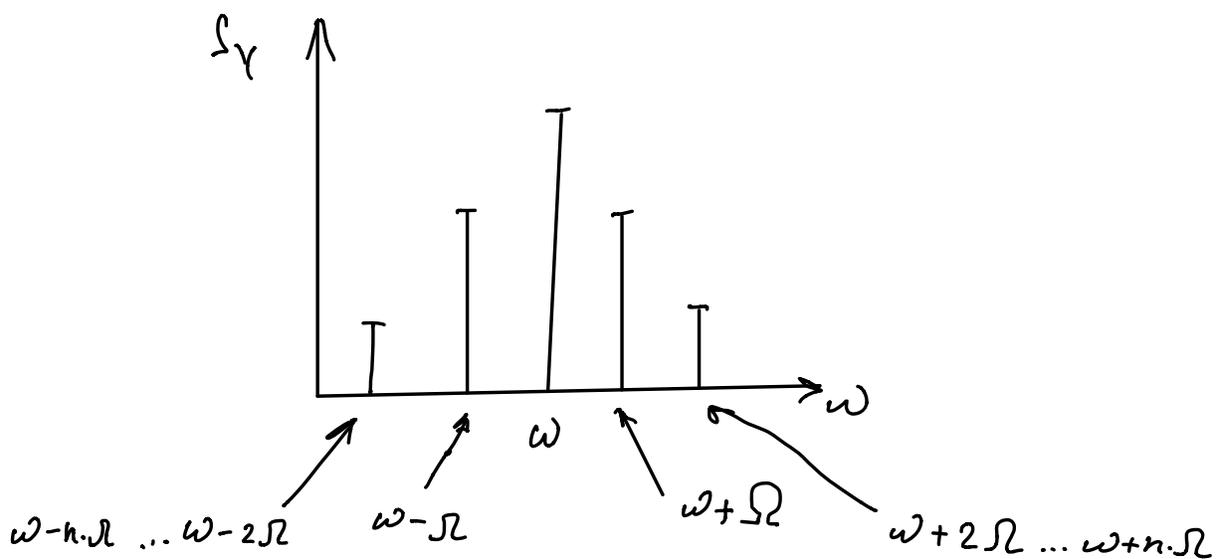


Рис. 14. Прохождение суммы двух гармонических сигналов через параметрическую систему с полигармоническим изменением параметров [2]



Нелинейная стационарная система:

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + h \frac{dx(t)}{dt} \cdot x(t) + c \cdot x(t) = g(t, r)$$

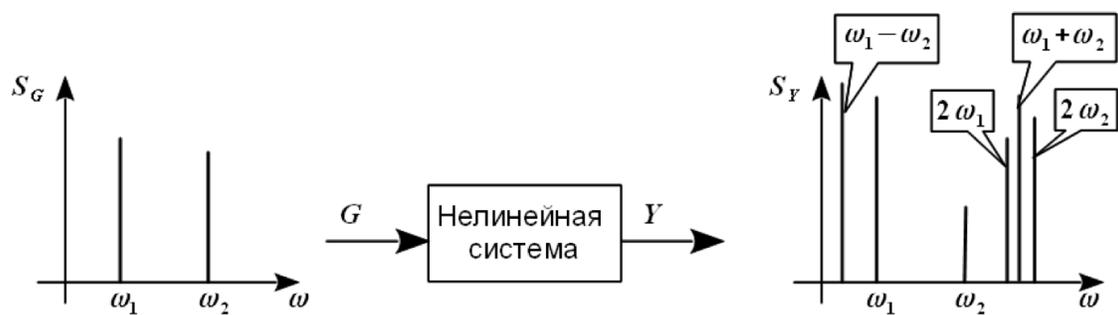


Рис. 15. Прохождение суммы двух гармонических сигналов через нелинейную систему [2]

компоненты спектра $n\omega_1 + m\omega_2$

Диагностическая модель

$$U = A \cdot R \quad (3.1)$$

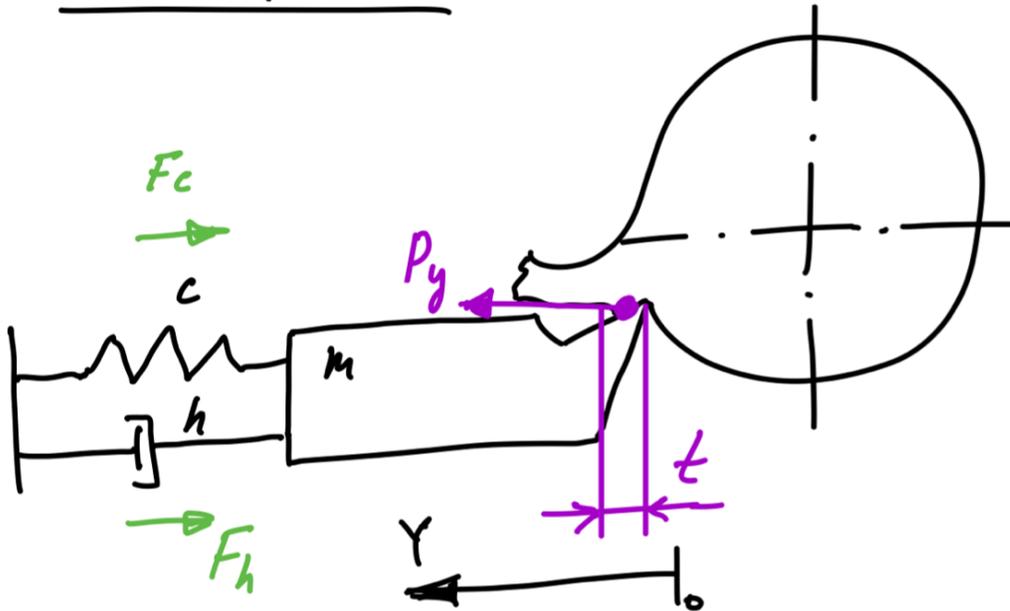
где $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ – вектор диагностических признаков технического состояния объекта, несущих информацию о состоянии объекта;

$R = \{r_1, r_2, \dots, r_m\}$ – вектор параметров технического состояния объекта, т.е. параметров характеризующих состояние объекта.



$$R = A^{-1} \cdot U$$

Пример 1:



$$m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + h \frac{dy(t)}{dt} + c \cdot y(t) = -p_y y(t)$$

ММ динамики процесса толкания,
затухающая в вариациях относительно
но стационарной траектории.

$$m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + h \frac{dy(t)}{dt} + (c + p_y) \cdot y(t) = 0$$



Пусть мы хотим диагностировать ненаблюдаемое значение жесткости процесса точения p_r .

Пусть на входе системы действует какое-нибудь возмущение (в общем случае, входное возмущение следует установить!!!), например, пусть входное возмущение будет выражено следующей функцией:

$$g(t) = \sin(2\pi \cdot 45 \cdot t) + 0,5 \cdot \sin(2\pi \cdot 78 \cdot t) + 1,4 \cdot \sin(2\pi \cdot 103 \cdot t) + 0,9 \cdot \sin(2\pi \cdot 122 \cdot t)$$



$$m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + h \frac{dy(t)}{dt} + (c + p_r) \cdot y(t) = g(t)$$

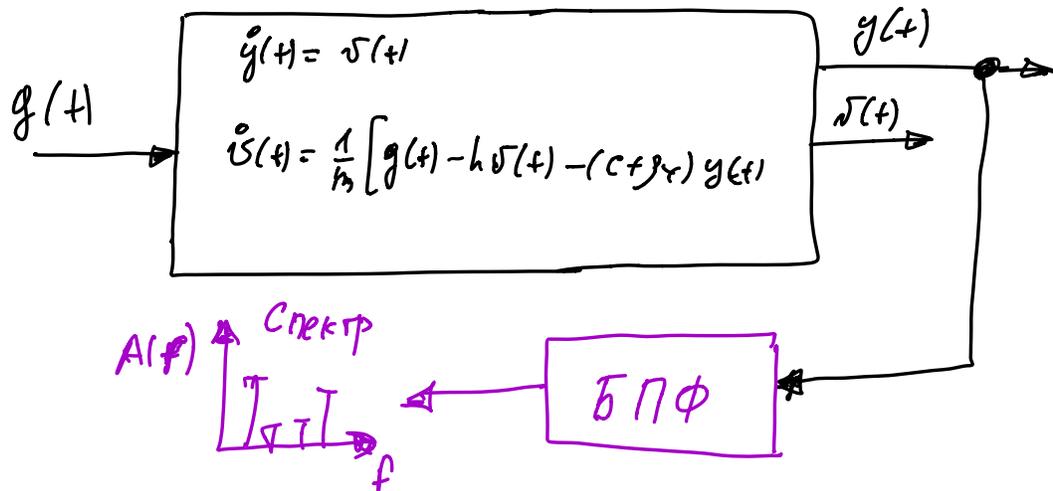


$$\begin{cases} \frac{dy(t)}{dt} = v(t) \\ \frac{dv(t)}{dt} = \frac{1}{m} [g(t) - h v(t) - (c + p_r) y(t)] \end{cases}$$

кан.
форма
Канц

$$m, h, c = \text{const}$$

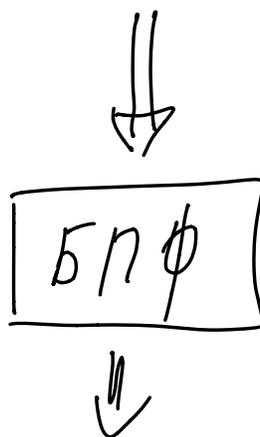
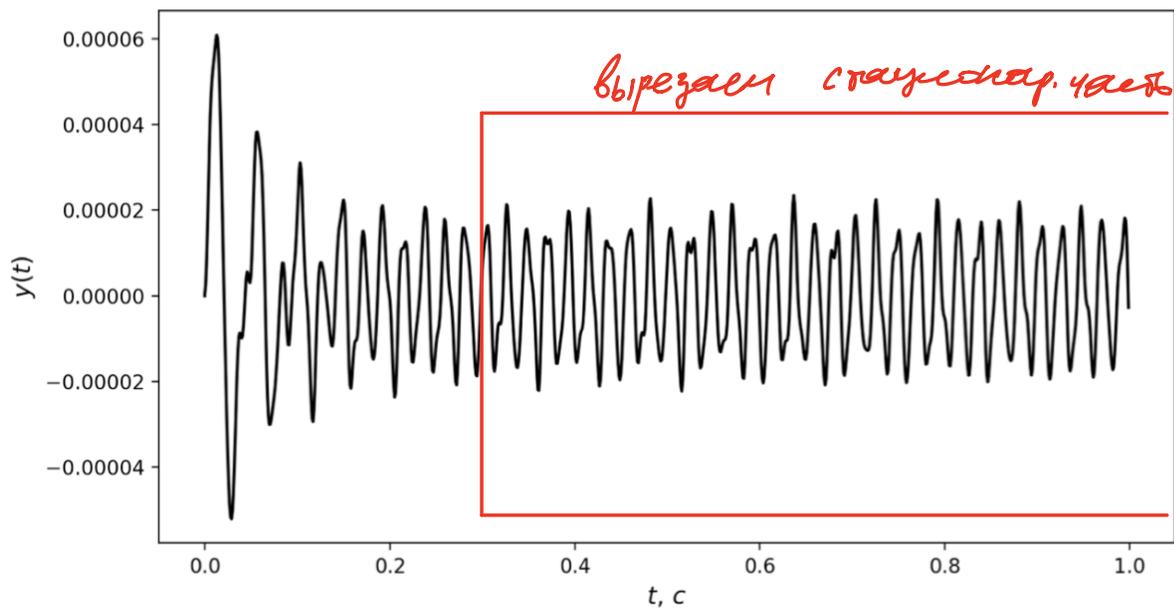
$$p_r = \text{var}$$

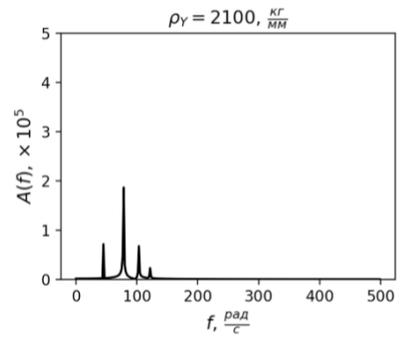
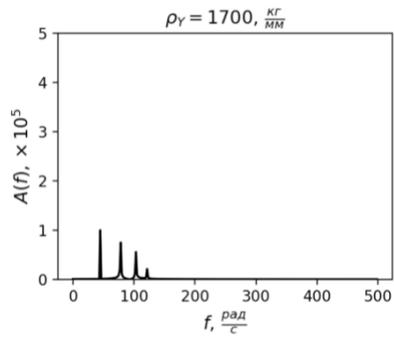
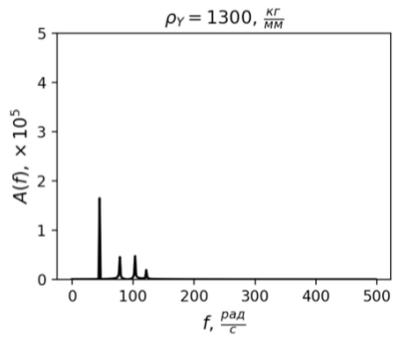
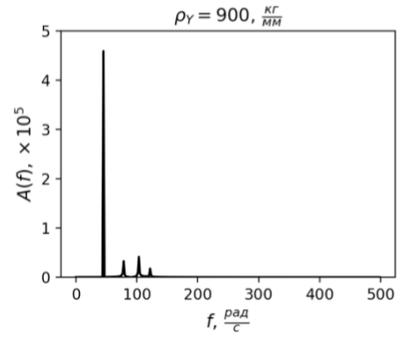
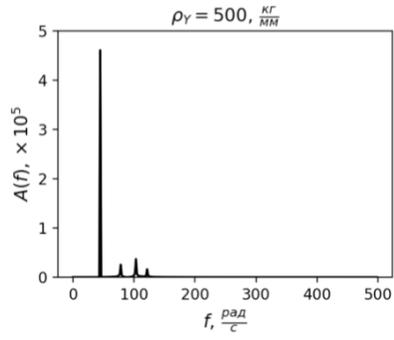
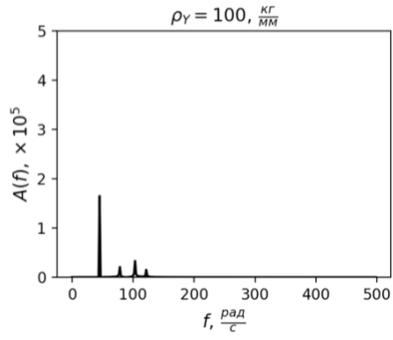


Анализ изменения спектра
от варьирования p_r

- 1) Измеряем выходной сигнал системы $y(t)$;
- 2) Выполняем БПФ над $y(t) \Rightarrow$ получаем спектр;
- 3) Анализируем изменение составляющих спектра от изменения p_r .

Измеренный сигнал $y(t)$, будет
иметь вид

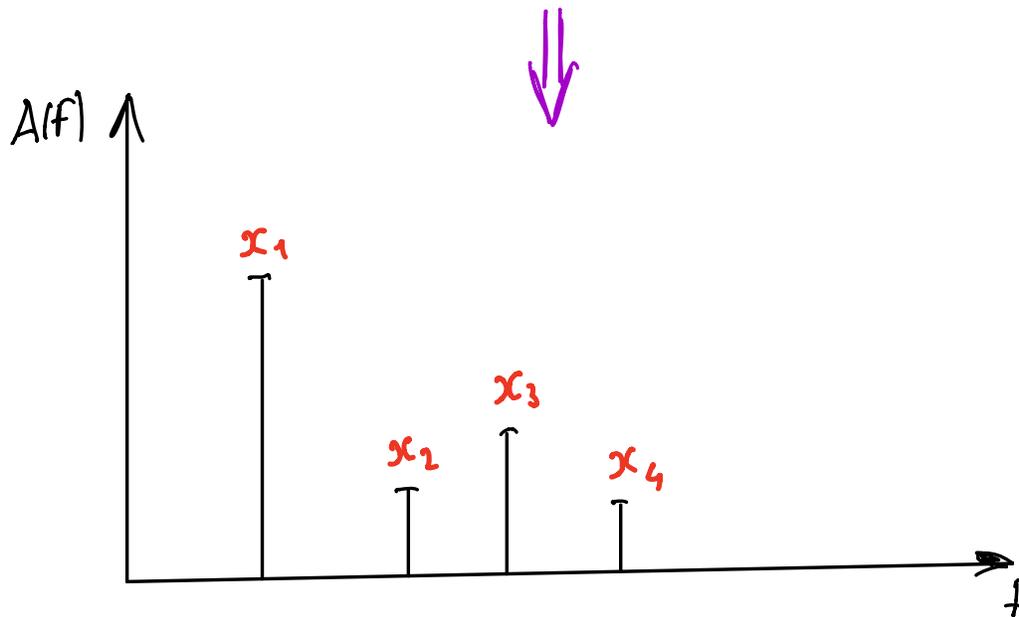
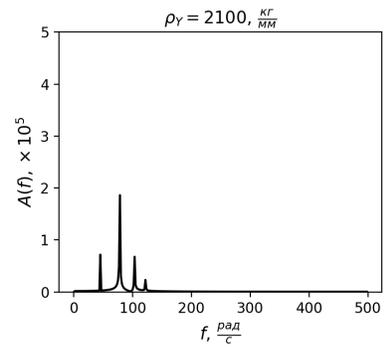
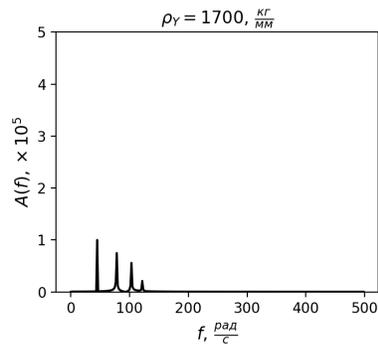
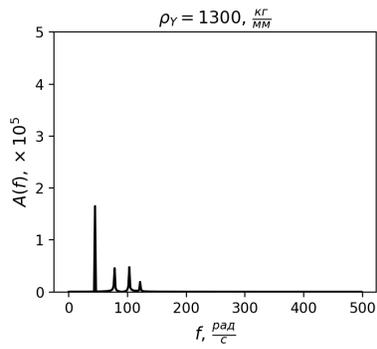
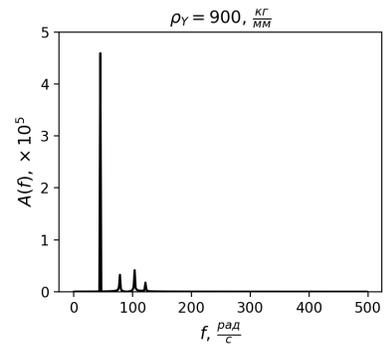
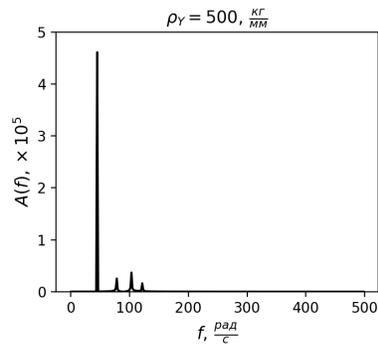
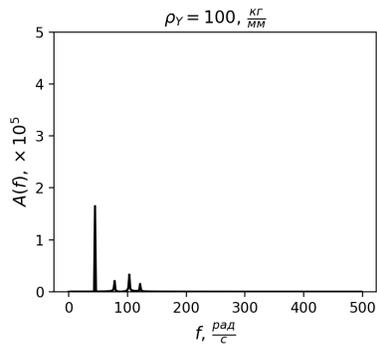




ЛЕКЦИЯ № 5

**«Метрические методы в виброакустической
диагностике.**

Алгоритмы автоматического распознавания диагнозов.



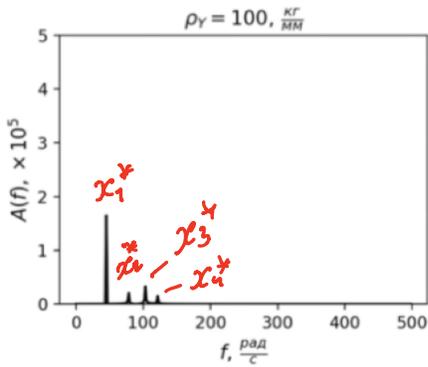
Комплекс амплитудных признаков

$$X = \{ x_1, x_2, x_3, x_4 \}$$



Фактически реализацию комплекса амплитудных признаков

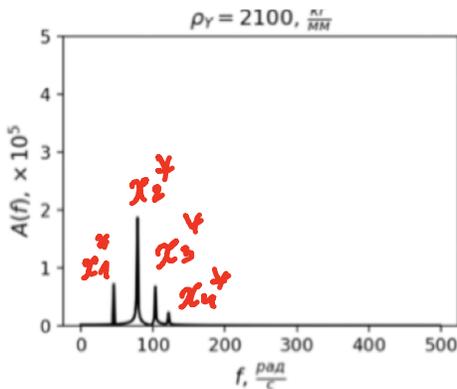
$$X^* = \{ x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^* \}$$



$$X_1^* = \{ x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^* \}$$

" " " "

2 0,2 0,3 0,2



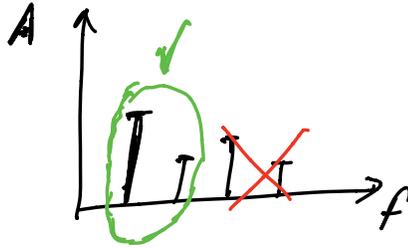
$$X_2^* = \{ x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^* \}$$

" " " "

0,9 2 0,85 0,3

Рассмотрим пример использования
метрических методов распознавания
в вибрационной диагностике

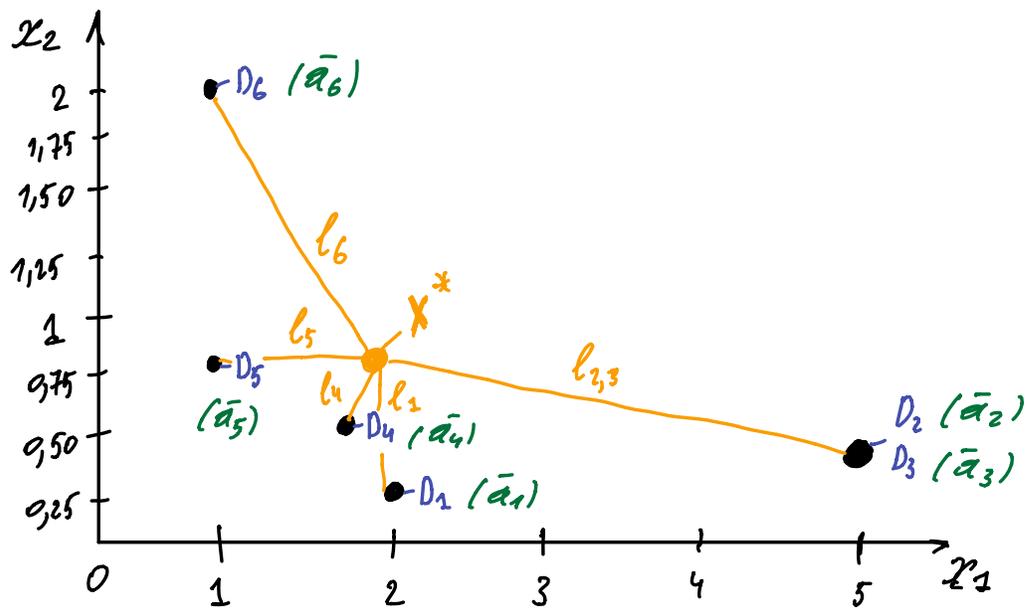
* Для наглядности примера, ограничимся
двумя первыми низкочастотными составляю-
щими спектра



1) Получим пространство метрических
признаков

$$X = \{ x_1, x_2 \}$$

где: x_1, x_2 - значения амплитуд составляющих дискретного спектра
выходного сигнала системы



$$D_1: p = 100 \frac{\text{kr}}{\text{mm}}$$

$$D_4: p = 1300 \frac{\text{kr}}{\text{mm}}$$

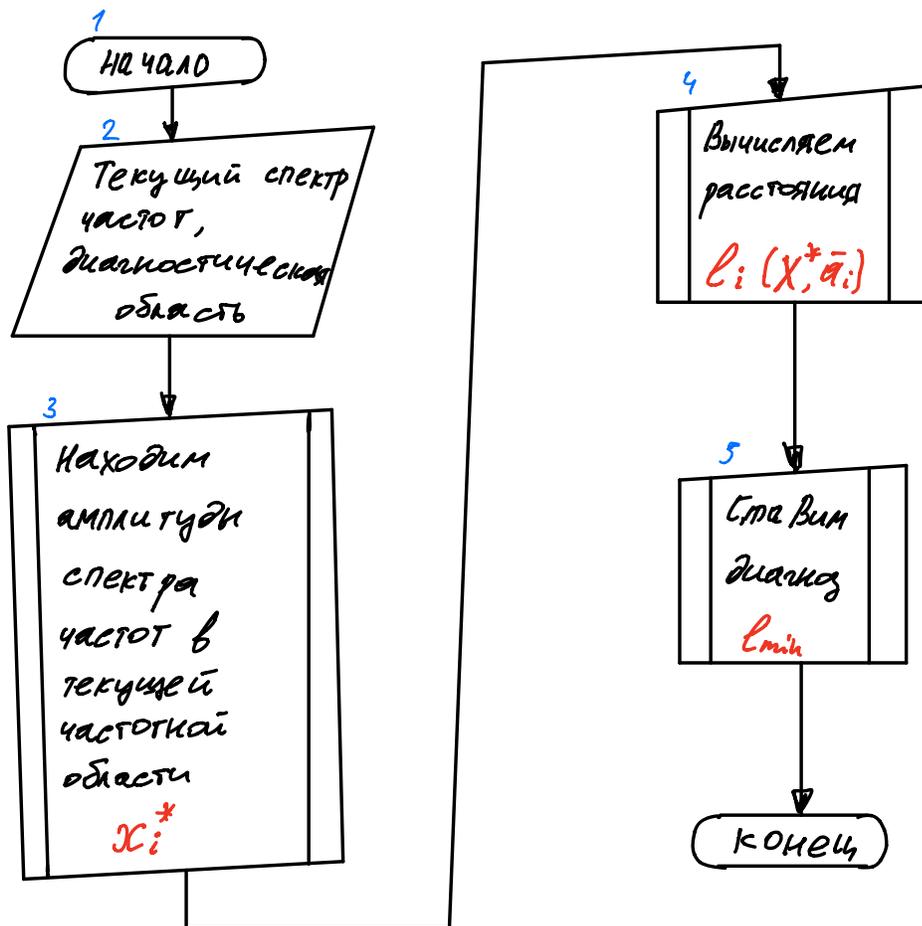
$$D_2: p = 500 \frac{\text{kr}}{\text{mm}}$$

$$D_5: p = 1700 \frac{\text{kr}}{\text{mm}}$$

$$D_3: p = 900 \frac{\text{kr}}{\text{mm}}$$

$$D_6: p = 2100 \frac{\text{kr}}{\text{mm}}$$

Алгоритм автоматического распознавания
состояния диагностируемого
объекта (процесса), основанного
на виброакустической диагностике
и метрических методах

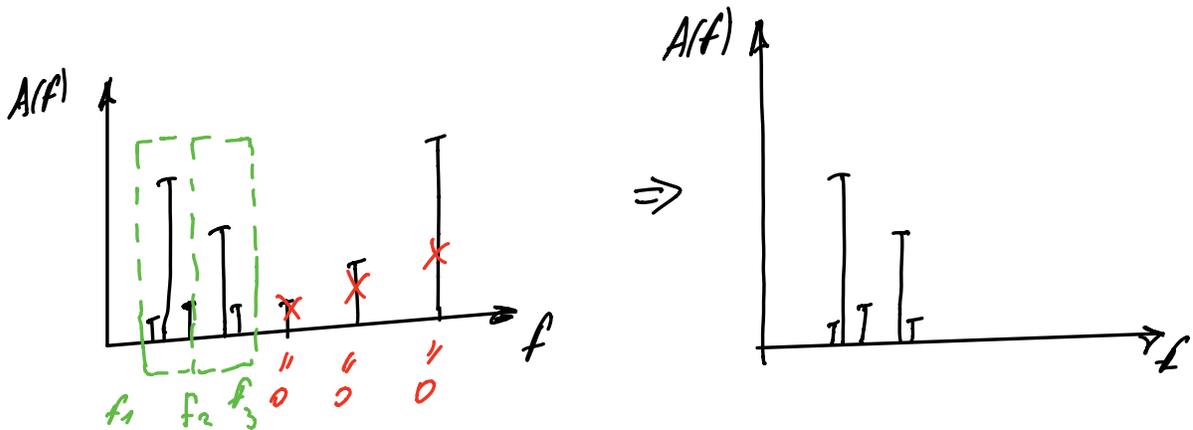


Поиск амплитуды спектра частот в

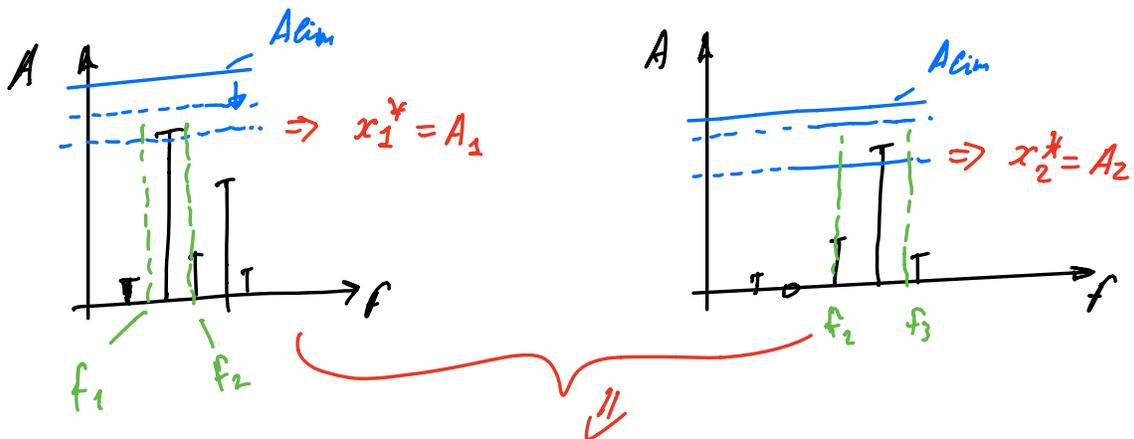
текущей частотной области x_i^*

Вариант I:

- 1) Выделяем из дискретного спектра необходимую частотную область



- 2) Ищем максимальные амплитуды в преобразованном спектре

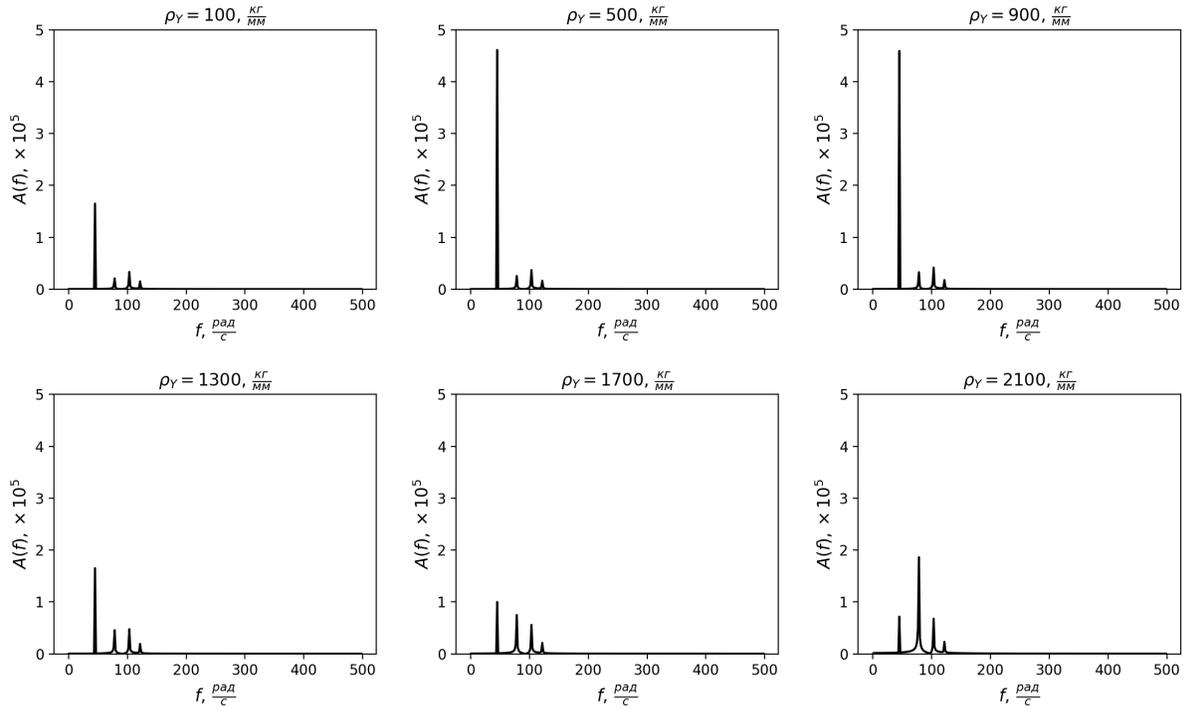


$$X^* = \{x_1^*, x_2^*\} = \{A_1, A_2\}$$

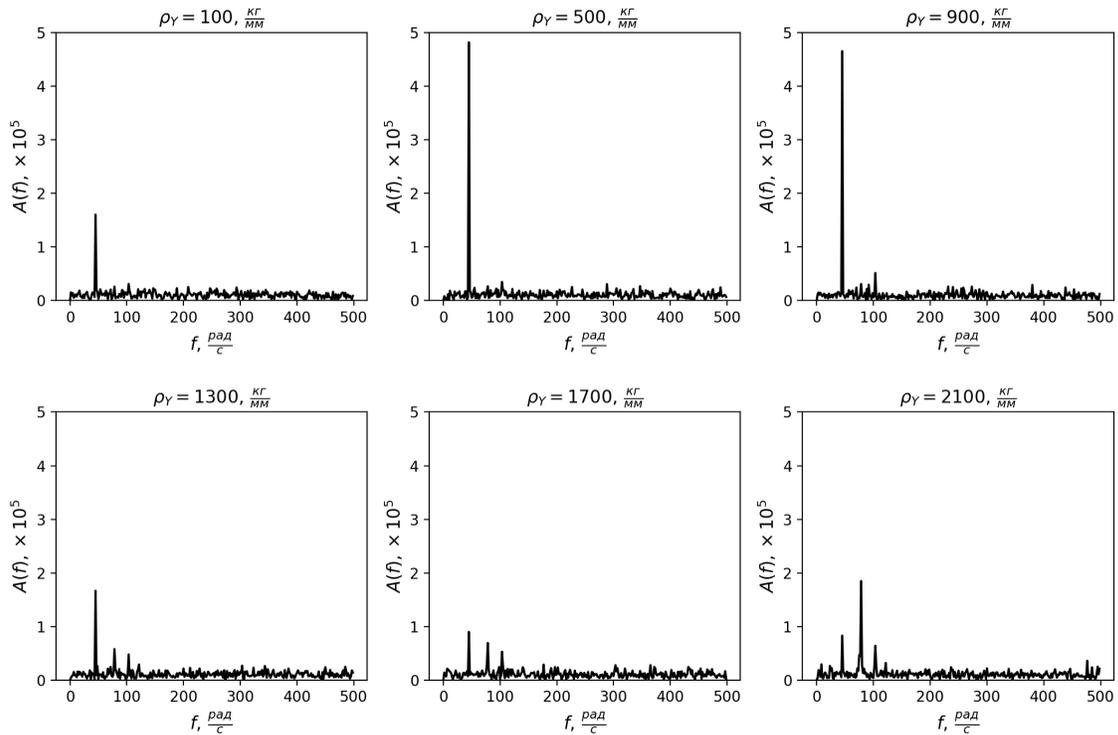
факт. реал. коли. знач. ур. ур. ур.

Рассмотрим как будет работать алгоритм
автоматического диагностирования
значения параметра R_{γ} с
использованием матричных методов

Дискретный спектр **без шума**



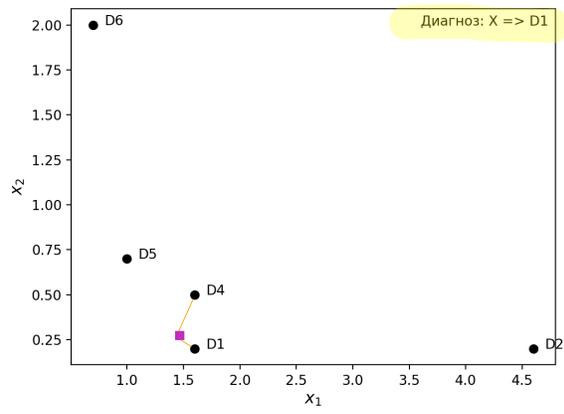
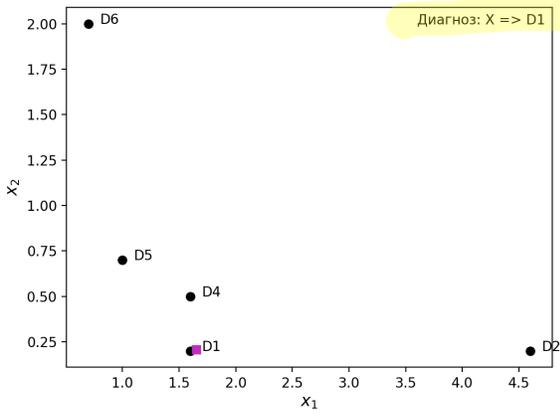
Дискретный спектр **с шумом**



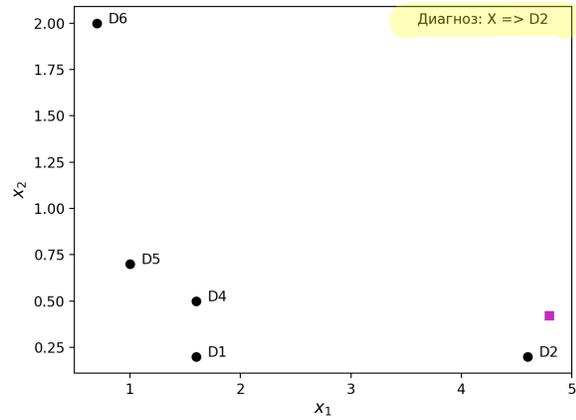
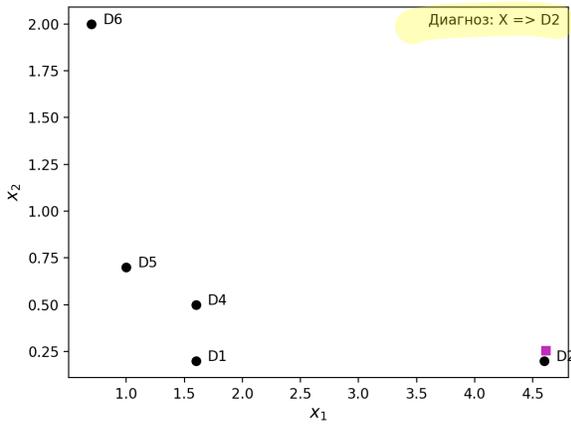
Без шума

с шумом

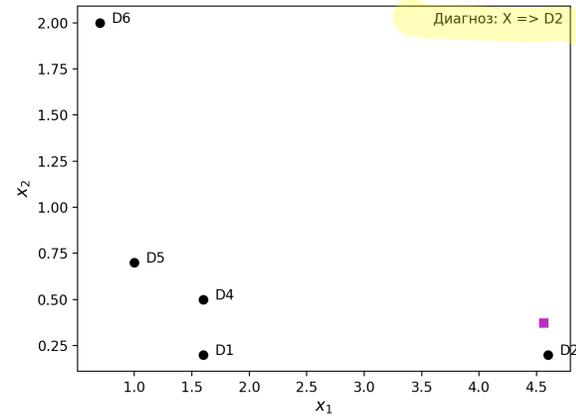
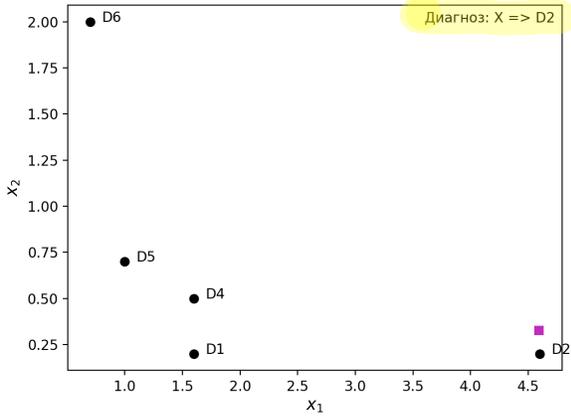
$\rho_{\gamma} = 100 \frac{\text{кг}}{\text{мм}}$



$\rho_{\gamma} = 500 \frac{\text{кг}}{\text{мм}}$



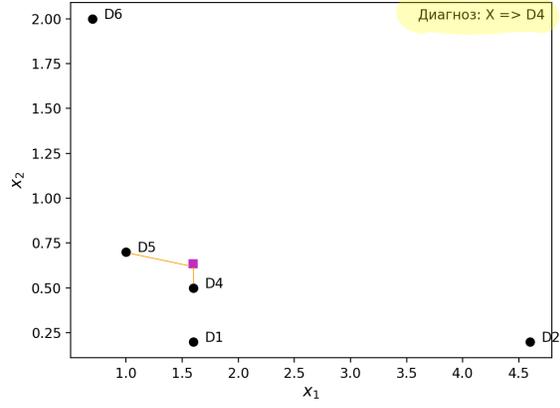
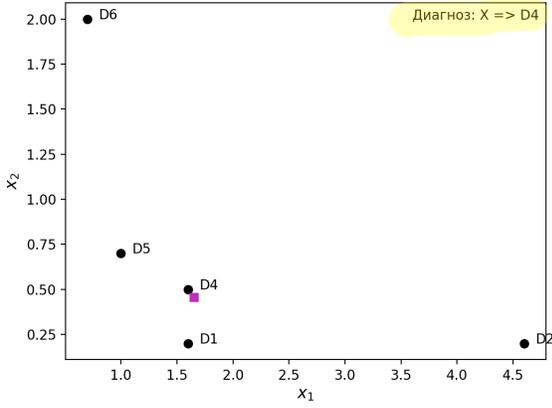
$\rho_{\gamma} = 900 \frac{\text{кг}}{\text{мм}}$



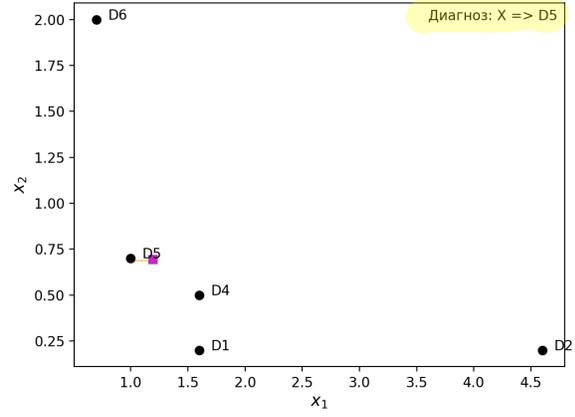
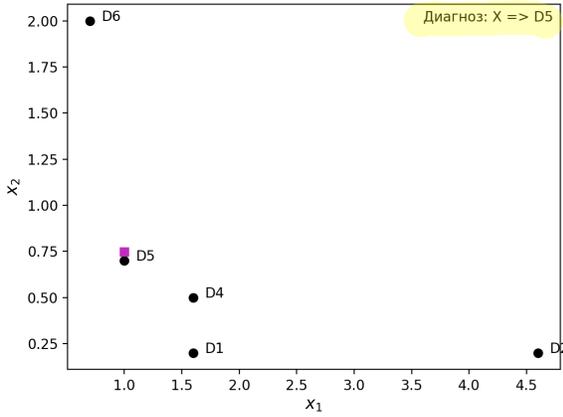
Без шума

с шумом

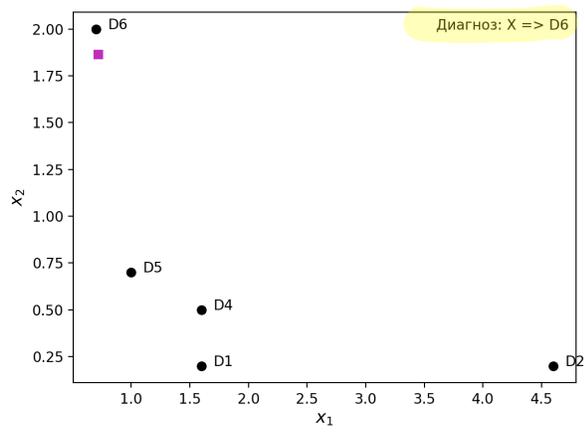
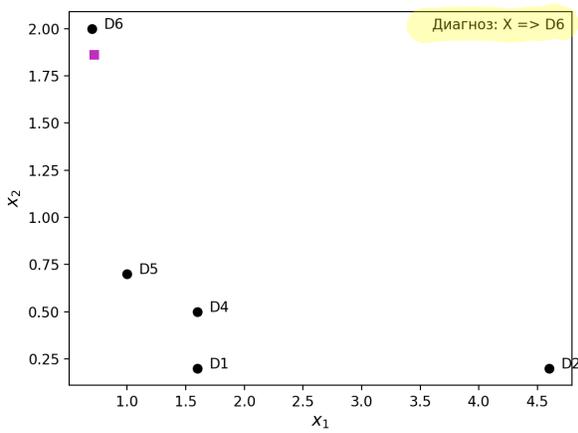
$$P_Y = 1300 \frac{\text{кг}}{\text{мм}}$$



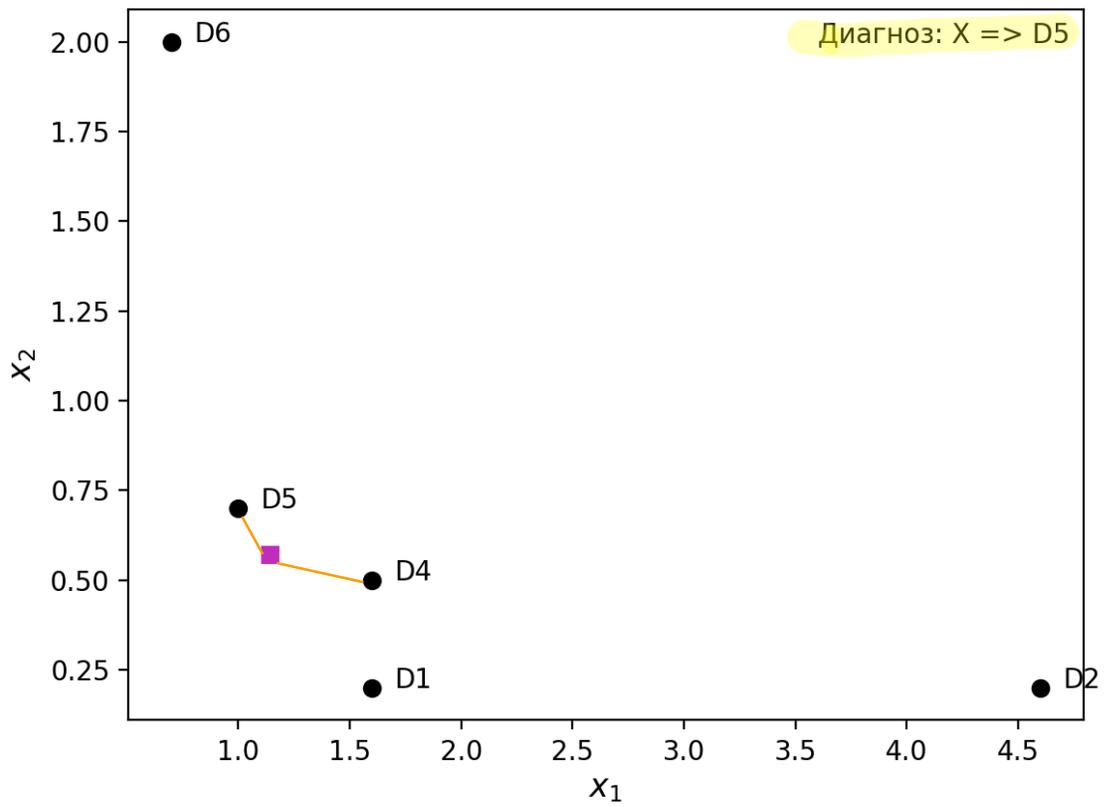
$$P_Y = 1700 \frac{\text{кг}}{\text{мм}}$$



$$P_Y = 2100 \frac{\text{кг}}{\text{мм}}$$



$$\rho_{\gamma} = 1543 \frac{\text{кг}}{\text{мм}}$$



Программный код на языке PYTHON

```
# формирование X^* = {x1^*, x2^*}
xi = []
f_diap = [40, 65, 90]
for i in list(range(0, len(f_diap) - 1)):
    Af = map((lambda amp, freq: (amp, freq)), f, A)
    Af_filt = filter((lambda x: (x[0] >= f_diap[i]) and (x[0] <= f_diap[i+1])), Af)
    Amp = map((lambda x: x[1]), Af_filt)
    xi.append(max(Amp))

# распознавание метрическими методами
D = {"D1": (1.6, 0.2), "D2": (4.6, 0.2), "D4": (1.6, 0.5), "D5": (1.0, 0.7),
     "D6": (0.7, 2.0)}
Dmin, lmin = '', 1e6
for k in D.keys():
    l_x_a = []
    for i in list(range(0, len(xi))):
        l_x_a.append((xi[i] - D[k][i])**2)
    li = sum(l_x_a)
    if li < lmin:
        lmin, Dmin = li, k
```

ЛЕКЦИЯ № 6

«Безразмерные дискриминанты виброакустических сигналов»

Безразмерные дискриминанты вибраокустических сигналов

Базовое выражение:

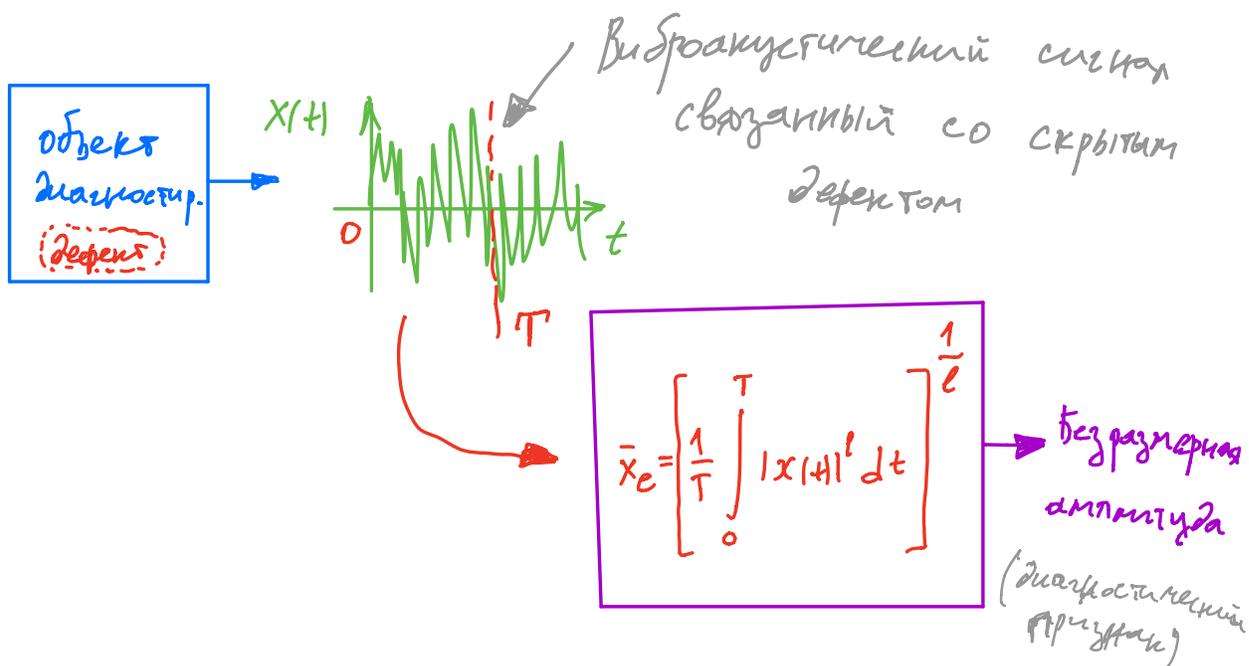
$$\bar{x}_l = \left[\int_{-\infty}^{\infty} |x|^l p(x) dx \right]^{\frac{1}{l}} = \left[\frac{1}{T} \int_0^T |x(t)|^l dt \right]^{\frac{1}{l}} \quad (1)$$

↖ для практического применения.

где \bar{x}_l – среднее значение амплитуды процесса как корень l -ой степени из l -го момента.

T – время (период) измерения виброакустического сигнала;

l – порядок момента.



Безразмерная амплитуда может быть получена для различных параметров ВА-сигнала

$$\bar{x}_l(t) = \begin{cases} x_0 & l = \frac{1}{2}, \\ \bar{x} & l = 1 \\ x_{\text{с.к.а.}} & l = 2 \\ \hat{x} & l \rightarrow \infty \end{cases} \quad (2)$$

где x_0 – ординарная амплитуда;

\bar{x} – средняя амплитуда;

$x_{\text{с.к.а.}}$ – средняя квадратическая амплитуда;

\hat{x} – наиболее вероятная амплитуда.

↑ достаточно
большое число.

Для одного и того же сигнала каждый из этих параметров ведет себя по-разному.

Для практики используют следующие параметры, полученные из безразмерных амплитуд

а) коэффициент формы

$$K = \frac{x_{\text{с.к.а.}}}{\bar{x}} \quad (3.1)$$

б) коэффициент вероятности

$$C = \frac{\hat{x}}{x_{\text{с.к.а.}}} \quad (3.2)$$

в) коэффициент импульсности

$$I = \frac{\hat{x}}{\bar{x}} \quad (3.3)$$

г) коэффициент фона

$$L = \frac{\hat{x}}{x_0} \quad (3.4)$$

Так как безразмерные коэффициенты **K**, **C**, **I**, **L** связаны с виброакустическим сигналом $x(t)$ интегральным преобразованием (1), то безразмерные коэффициенты несут информацию о ненаблюдаемом состоянии системы.

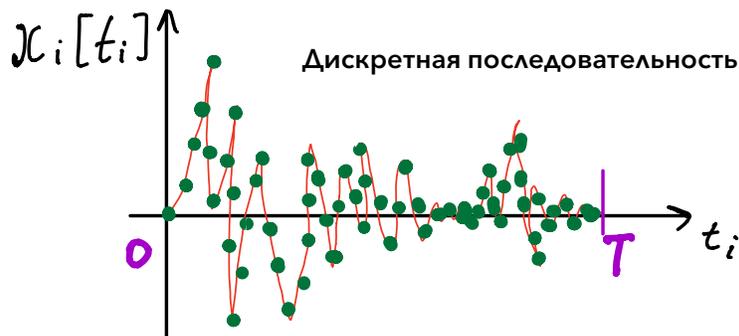
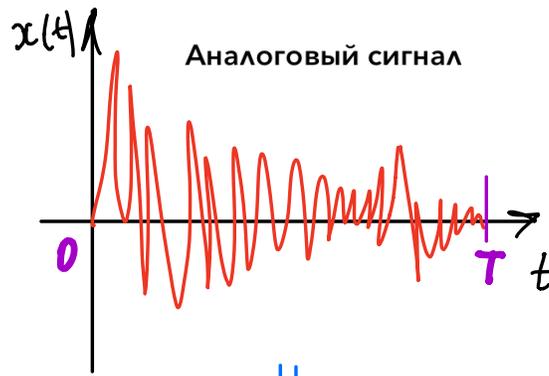
Поэтому коэффициенты **K**, **C**, **I**, **L** могут выступать в качестве диагностических признаков.

На коэффициентах **K**, **C**, **I**, **L** можно построить пространство диагностических признаков и использовать для распознавания состояний объекта метрические методы.

Максимальная размерность такого пространства будет равна 4-м. Не во всех случаях необходимо рассматривать все безразмерные коэффициенты.

Необходимо выделять только, те, которые позволяют выполнить разделение диагнозов между собой.

Таким образом, вместо сигнала измеренного на интервале от 0 до T мы получим четыре коэффициента K, C, I, L, которые будут характеризовать измеренную часть сигнала. При этом мы можем использовать не все коэффициенты.



$$x_i = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$$

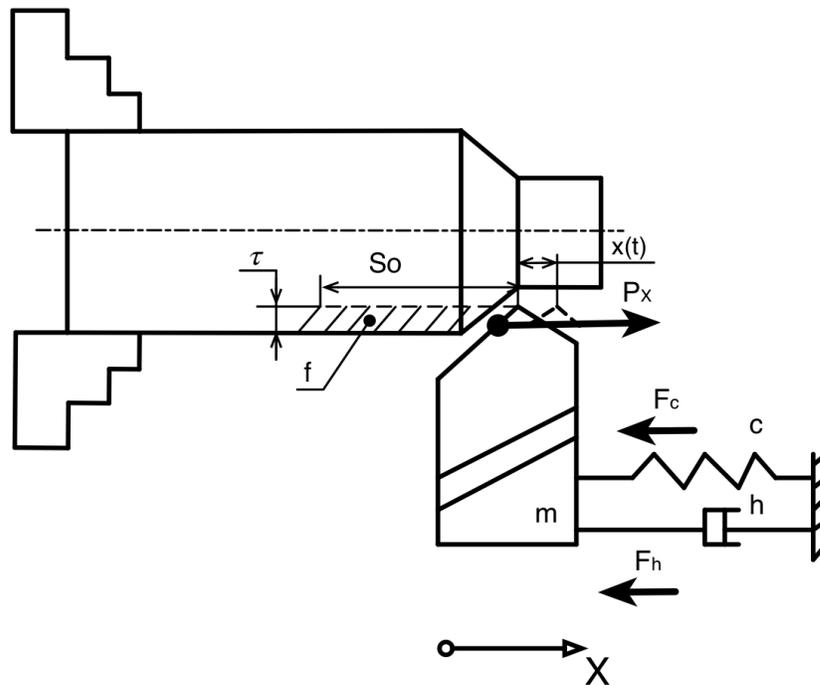
$$t_i = [t_1, t_2, t_3, \dots, t_n]$$



$$\bar{x}_i(t) = \left[\frac{1}{T} \int_0^T |x(t)|^t dt \right]^{\frac{1}{t}} \Rightarrow K, C, I, L$$

↑
Выполняется процедура численного интегрирования.

Рассмотрим пример построения системы диагностики динамического состояния процесса точения на основе анализа безразмерных коэффициентов



Концептуальная модель технологической системы точения

Допущения и гипотезы:

- 1) заготовка является абсолютно жесткой;
- 2) резец имеет упругие смещения только в осевом направлении X ;
- 3) имеет место задержка T изменения силы резания P относительно изменения координаты резца X .

Математическая модель динамики процесса точения, записанная в вариациях относительно стационарной траектории

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = v(t) \\ \frac{dv(t)}{dt} = -\frac{c}{m} x(t) - \frac{h}{m} v(t) + \frac{\rho}{m} u(t) \\ \frac{du(t)}{dt} = -\frac{1}{T} x(t) - \frac{1}{T} u(t) \end{cases}$$



$$\begin{pmatrix} \frac{dx(t)}{dt} \\ \frac{dv(t)}{dt} \\ \frac{du(t)}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{c}{m} & -\frac{h}{m} & \frac{\rho}{m} \\ -\frac{1}{T} & 0 & -\frac{1}{T} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x(t) \\ v(t) \\ u(t) \end{pmatrix}$$



Системная матрица
A

$$a_3 \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_1 \lambda + a_0 = 0$$

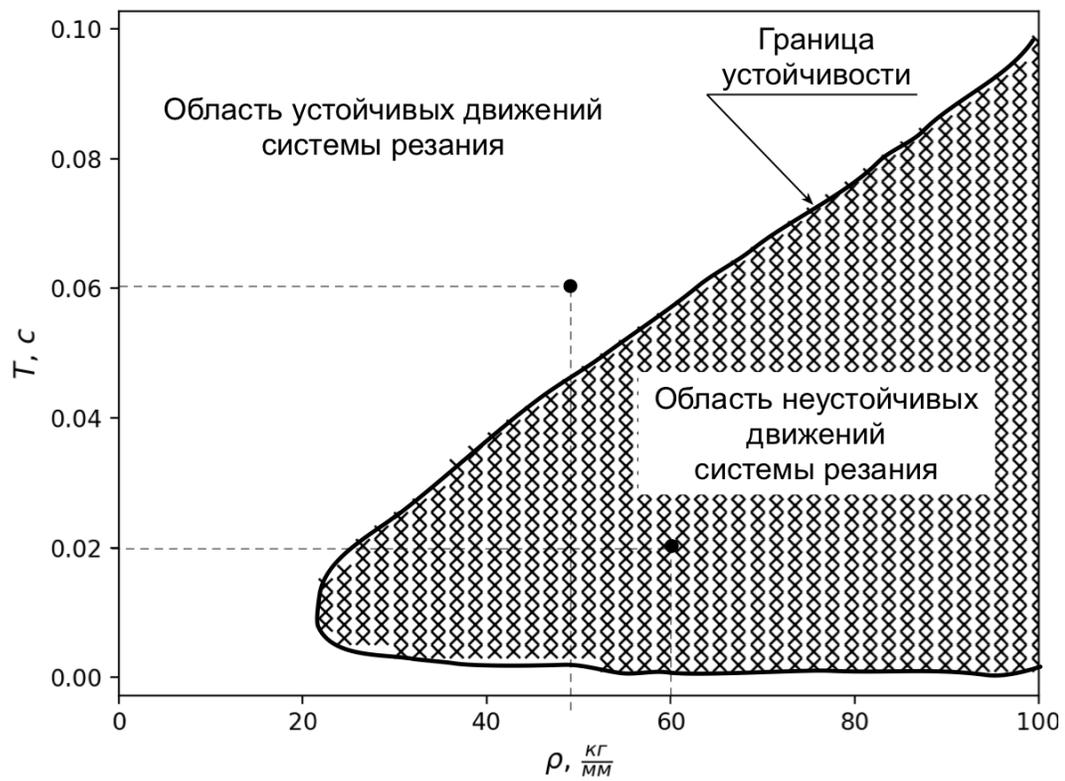
где $a_3 = T \cdot m$;

$a_2 = T \cdot h + m$;

$a_1 = T \cdot c + h$;

$a_0 = c + \rho$.

Результат анализа динамики процесса точения в зависимости от изменения пары неуправляемых параметров T и ρ .



Цель диагностирования:

Так как параметры T и p являются неуправляемыми и могут приводить систему в неустойчивое состояние, то возникает задача диагностирования текущего состояния технологической системы резания с целью предотвращения её перехода в неустойчивое состояние.

Задачи диагностирования:

1. установить связь между значениями коэффициентов K , C , I , L и состоянием системы;
2. отобрать наиболее информативные коэффициенты, т.е. такие коэффициенты которые наилучшим образом позволяют распознавать различные состояния системы;
3. на отобранных коэффициентах сформировать пространство диагностических признаков, в котором будут отображены различные состояния системы — диагнозы;
4. выполнить распознавание текущего состояния системы, используя метрические методы.

Решение задач диагностирования

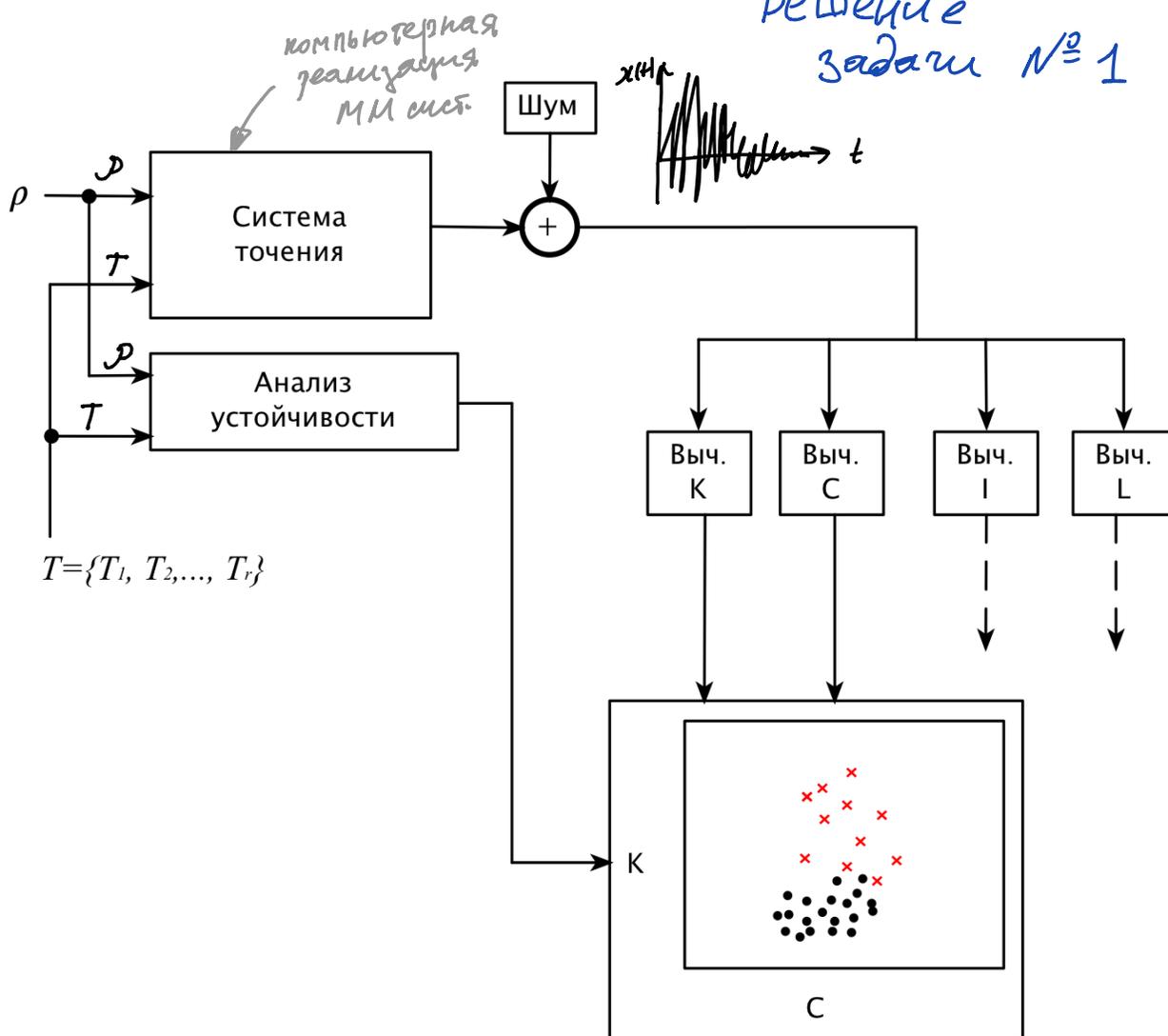
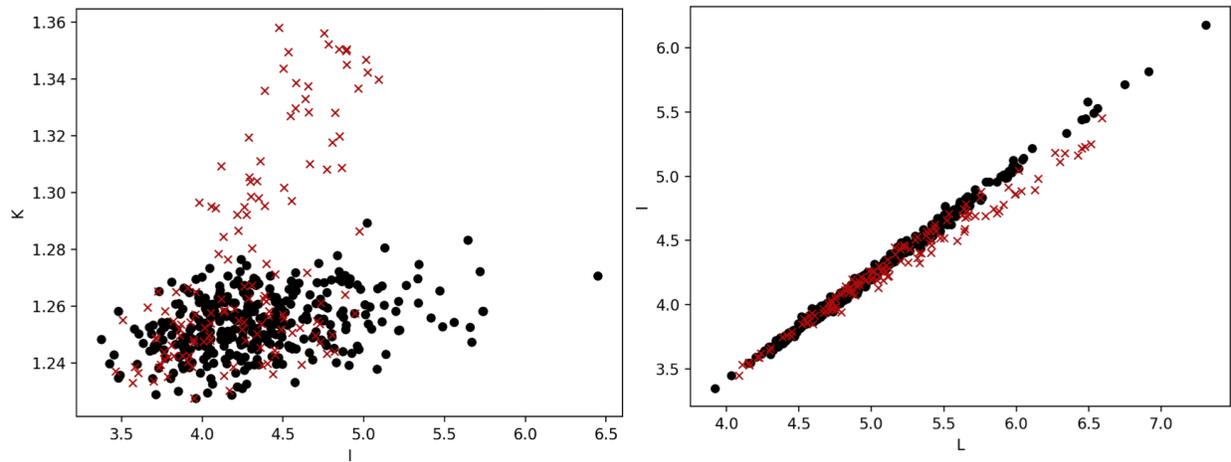


Схема маркирования значений коэффициентов К, С, I, L для устойчивого и неустойчивого состояний системы резания

● - устойчивое состояние

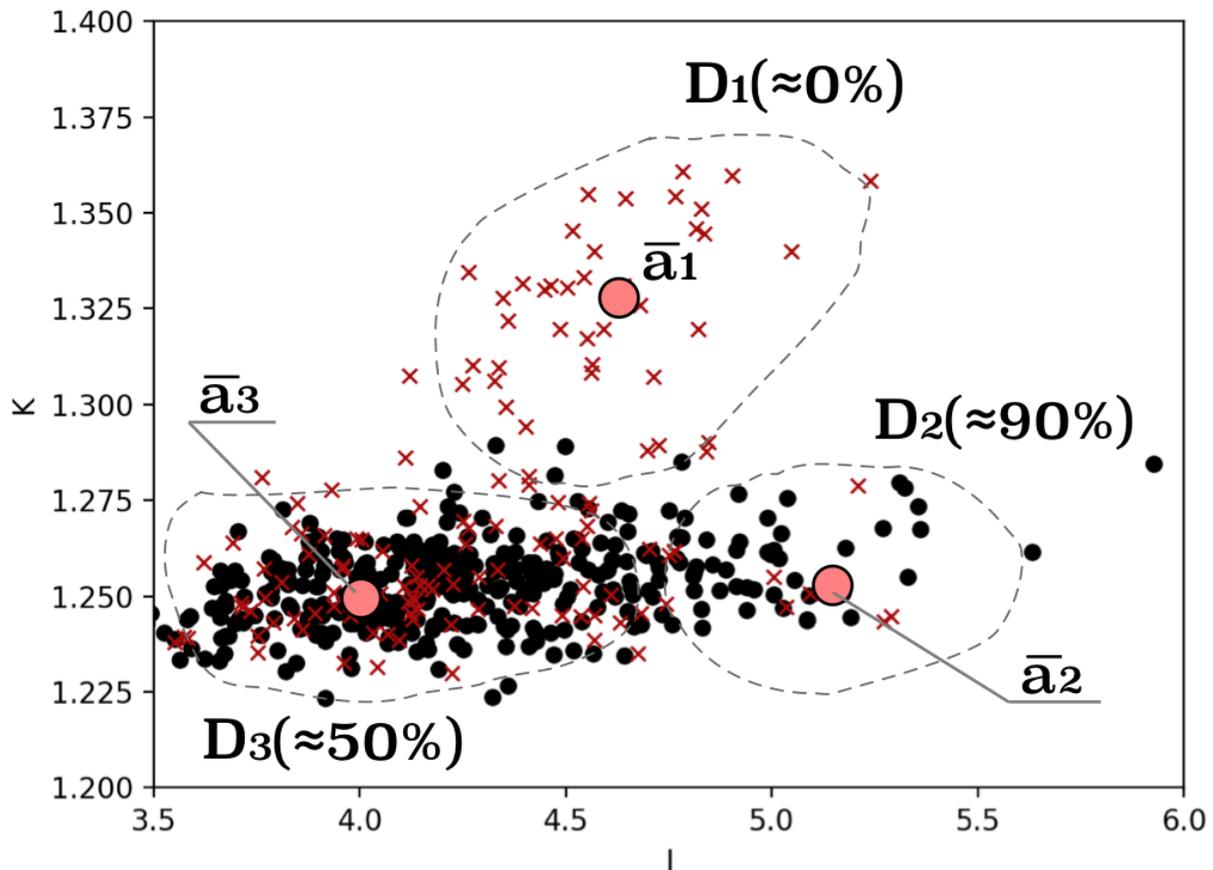
× - неустойчивое состояние

Решение задачи №2



$$X = \{K, I\}$$

Решение задачи №3



Плоскость KI с областями диагнозов D_i , эталонов a_i при амплитуде аддитивного шума 20% от амплитуды полезного сигнала $x(t)$

Диагнозы:

D1(0%) — устойчивых состояний не наблюдается;

D2(=90%) — в 90% случаев наблюдаются устойчивые состояния;

D3(=50%) — в 50% случаев наблюдаются устойчивые состояния, а в 50% случаев наблюдаются неустойчивые состояния, то есть диагностирование невозможно.

Решение задачи №4

Общая формула измерения расстояния между объектом диагностирования и эталоном

$$l_{i(\nu)}^{(\mu)}(X^*, \bar{a}_i) = \left[\sum_{j=1}^N |x_j - \bar{a}_{ij}|^\nu \right]^{\frac{\mu}{\nu}}$$



$$\mu = \nu = 2$$



$$l_{i(2)}^{(2)}(X^*, \bar{a}_i) = \sum_{j=1}^N (x_j - \bar{a}_{ij})^2$$

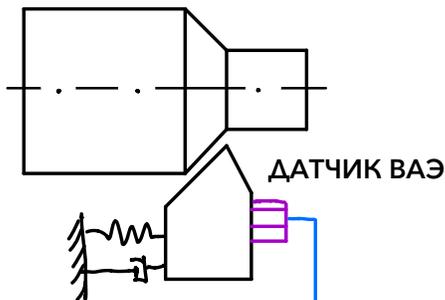
Подставим вместо $x_j \rightarrow K$ и I :

$$l_{i(2)}^{(2)}(X^*, \bar{a}_i) = (K^* - \bar{a}_{iK})^2 + (I^* - \bar{a}_{iI})^2$$

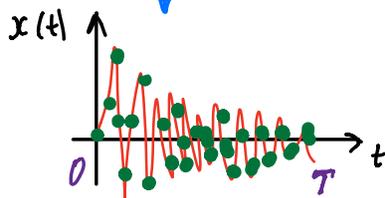
Используем решающее правило для постановки диагноза:

$$l_k \in D_k \iff l_k = \min(L)$$

где $L = \{l_1, l_2, \dots, l_n\}$ – вектор расстояний между точкой текущего состояния объекта и каждым эталоном.



① Измерение ВА-сигнала на отрезке $[0; T]$.



② Дискретизация ВА-сигнала.

$$x_{\text{с.к.а.}} = \left[\frac{1}{T} \int_0^T |x(t)|^2 dt \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\bar{x} = \frac{1}{T} \int_0^T |x(t)| dt$$

$$\hat{x} = \left[\frac{1}{T} \int_0^T |x(t)|^\infty dt \right]^{\frac{1}{\infty}}$$

③ Вычисление безразмерных индексов.

$$K^* = \frac{x_{\text{с.к.а.}}}{\bar{x}}$$

$$I^* = \frac{\hat{x}}{\bar{x}}$$

④ Вычисление расстояний.

$$l_{i(2)}^{(2)}(X^*, \bar{a}_i) = (K^* - \bar{a}_{iK})^2 + (I^* - \bar{a}_{iI})^2$$

⑤ Постановка диагноза.

$$l_k \in D_k \iff l_k = \min(L)$$

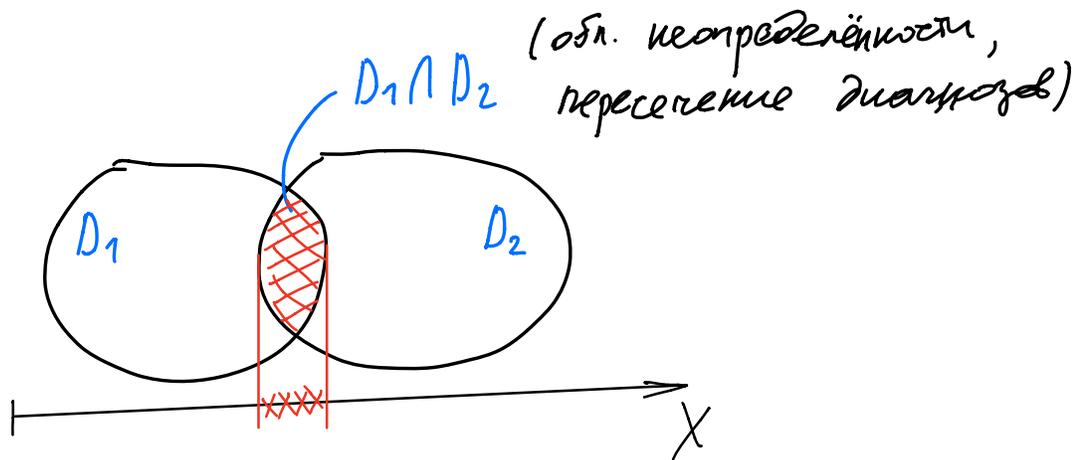
$$L = \{l_1, l_2, \dots, l_n\}$$

ЛЕКЦИЯ №7

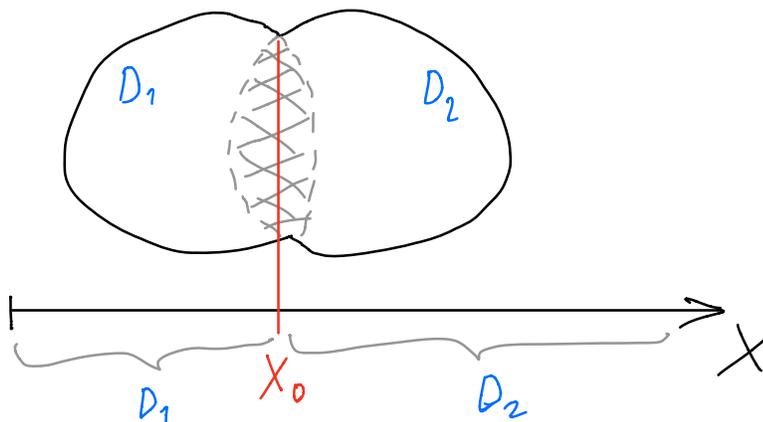
**«Дифференциальная диагностика на основе
статистических методов»**

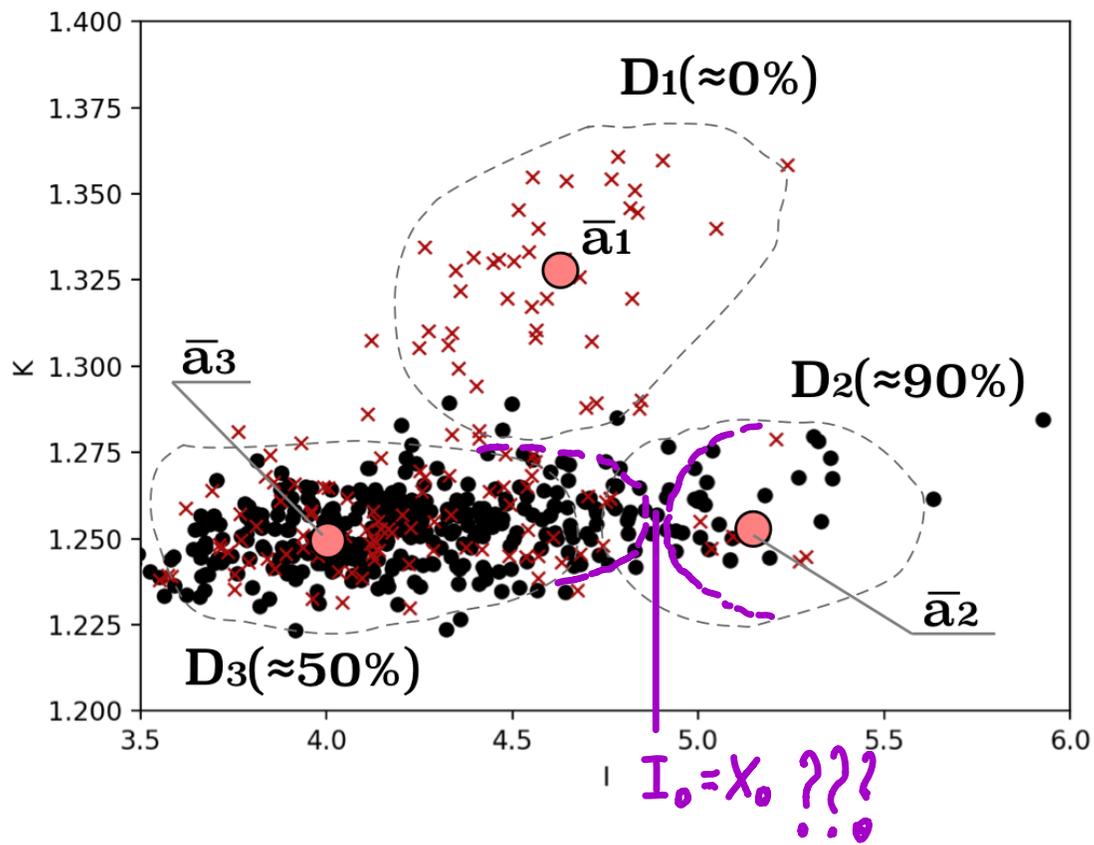
Справка: Дифференциальная диагностика занимается распознаванием между двумя состояниями объекта.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ: Пусть имеется два состояния объекта, которые отображаются двумя диагнозами (D_1 и D_2), но наблюдаемый диагностический признак X , в некоторой области, имеет такие значения, которые можно отнести как к диагнозу D_1 , так и к диагнозу D_2 . Т.е. образуется область неопределенности.



Однако требуется определить границу X_0 разделения двух диагностических областей.





Целесообразно использовать методы статистических решений для выбора порогового значения X_0 разделения двух диагностических областей.

В методах статистических решений решающее правило выбирается исходя из некоторых оптимальных условий, например, из условия минимума риска (т.е. сведения вероятности возможной ошибки диагностирования к минимуму).

Решающее правило. Пусть производится дифференциальная диагностика состояния объекта по значению непрерывного параметра X . Если значение параметра $X < X_0$, то принимается решение о наблюдении состояния D_1 у объекта, если значение параметра $X > X_0$, то принимается решение о наблюдении состояния D_2 у объекта.

$$\begin{cases} X < X_0 \Rightarrow X \in D_1 \\ X > X_0 \Rightarrow X \in D_2 \end{cases} \quad (2)$$

Если $X = X_0$, то возможны варианты:

- 1) $X \leq X_0$
- 2) $X \geq X_0$
- 3) $X = X_0 \Rightarrow$ отказ от дискретизации.

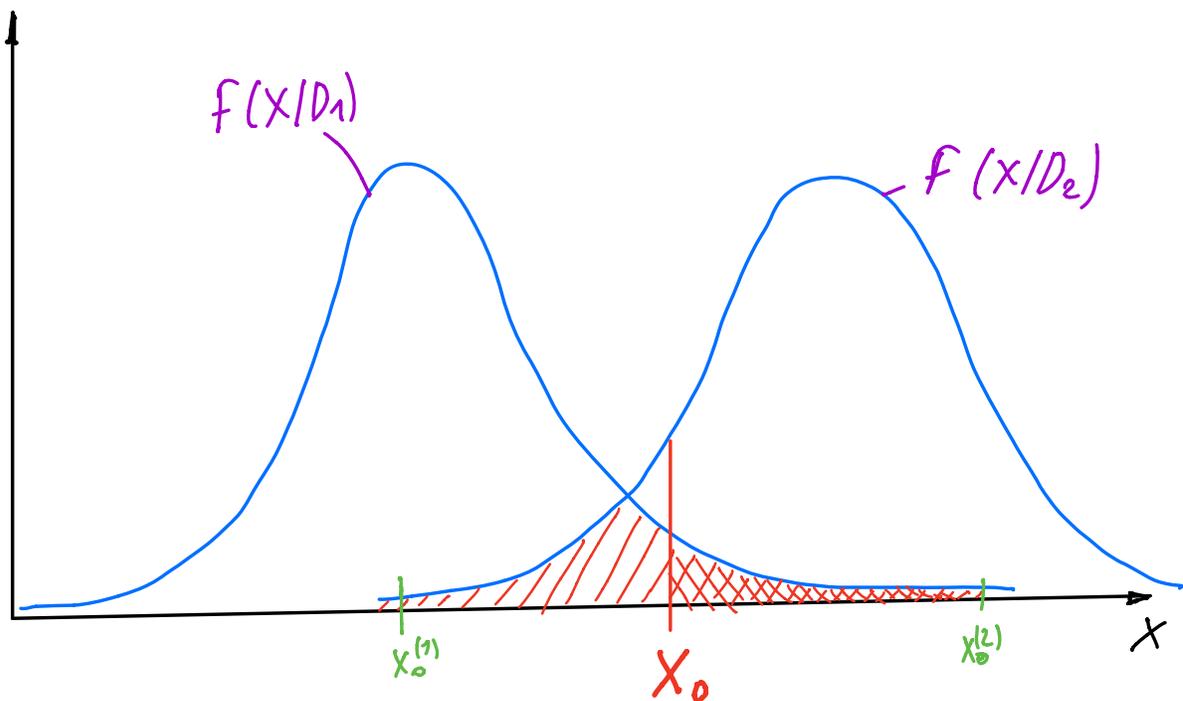
Зависит от конкретной задачи.

Таким образом, если обеспечено достоверное измерение параметра X , то для диагностирования необходимо определить пороговое значение параметра X , которое обозначено как X_0 .

Статистические методы диагностирования основаны на функции распределения плотности вероятностей диагнозов D_i в зависимости от наблюдаемого параметра X .

$f(x/D_i)$ — функция распределения плотности вероятностей диагностического параметра X для диагноза D_i .

Т.к. рассматривается 2-ва диагноза, то $i = 1, 2$.



Как можно наблюдать, области D_1 и D_2 пересекаются и потому при использовании решающего правила (1), для постановки диагноза, существует вероятность принятия ошибочного решения.

Основная задача статистических методов диагностирования сводится к выбору оптимального порогового значения X_0 , например, такого которое давало бы наименьшее количество ошибочных решений.

Основные обозначения термины.

D_1 - исправное состояние объекта.

D_2 - неисправное состояние объекта.

Для дифференциальной диагностики характерны два вида ошибок «ложная тревога» и «пропуск цели».

Определение. «**Ложной тревогой**» называется случай принятия решения о наличии дефекта в объекте, когда в действительности объект находится в исправном состоянии (вместо D_1 принимается диагноз D_2).

Определение. «**Пропуск цели**» называется случай принятия решения об исправном состоянии объекта, когда в действительности объект содержит (вместо D_2 принимается диагноз D_1).

Если обозначить через H_{ij} возможные решения по правилу (1),

где $i = 1, 2$ - индекс принятого диагноза;

$j = 1, 2$ - индекс действительного состояния объекта.

Тогда будем иметь следующие решения:

H_{21} - ложная тревога.

H_{12} - пропуск цели.

H_{11}, H_{22} - правильные решения.

Вероятность „ложной тревоги“ будет определяться:

$$P(H_{21}) = P_1 \cdot P(x > x_0 / D_1) \quad (2)$$

где $P_1 = P(D_1)$ — априорная (заранее известная) вероятность диагноза D_1 .

$P(x > x_0 / D_1)$ — вероятность диагноза D_1 , при значении $x > x_0$.

$$P(x > x_0 / D_1) = \int_{x_0}^{\infty} f(x / D_1) dx \quad (3)$$

Вероятность «пропуска цели»:

$$P(H_{12}) = P_2 \cdot P(X < X_0 / D_2) \quad (4)$$

где $P_2 = P(D_2)$ — априорная вероятность диагноза D_2 .

$P(X < X_0 / D_2)$ — вероятность диагноза D_2 ,
при значении $X < X_0$.

$$P(X < X_0 / D_2) = \int_{-\infty}^{X_0} f(x / D_2) dx \quad (5)$$

Ошибки «ложной тревоги» и «пропуска цели» как правило имеют различные последствия или цены.

Цена ошибки имеет условное значение, но она позволяет учесть предполагаемые последствия каждой из ошибок.

Тогда обозначим:

C_{21} — цена «ложной тревоги».

C_{12} — цена «пропуска цели»

$$C_{12} \gg C_{21}$$

Вероятность ошибочного решения представляет собой сумму вероятностей «ложной тревоги» и «пропуска цели»

$$P_{\text{ош.}} = P(H_{21}) + P(H_{12}) \quad (6)$$

Если каждому виду ошибок приписать свои цены, то учитывая выражения (2)...(5), получим формулу так называемого «среднего риска»:

$$R(x_0) = C_{21} \cdot P_1 \cdot \int_{x_0}^{\infty} f(x/D_1) dx + C_{12} \cdot P_2 \cdot \int_{-\infty}^{x_0} f(x/D_2) dx \quad (7)$$

Как определить значение X_0 , при котором вероятность ошибки диагностирования будет минимальной????



численное решение $R(X_0)$

на отрезке $X_0 \in [X_0^{(1)}; X_0^{(2)}]$

